

# Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

BACHELOR-STUDIENGANG  
SCHLIESSENDE STATISTIK  
WINTERSEMESTER 2010/11

Namensschild
--------------

Dr. Martin Becker

## Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 6 + 11 + 14 + 16 + 13 + 27 + 5) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch grafikfähig und programmierbar), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und  $t$ -Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–21 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und  $t$ -Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben								
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	$\Sigma$
1		■	■	■	■	■	■	
2		■	■	■	■	■	■	
3			■	■	■	■	■	
4				■	■	■	■	
5				■	■	■	■	
6			■	■	■	■	■	
7		■	■	■	■	■	■	
8								
9						■	■	
$\Sigma$								

**Aufgabe 1** (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten –1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

- |  | wahr                     | falsch                   |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Sei $X_1, \dots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang $n$ zu $Y$ . Dann sind $X_1, \dots, X_n$ stets normalverteilt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Ist eine Schätzfunktion effizient in einer Klasse erwartungstreuer Schätzfunktionen, so hat keine der Schätzfunktionen in dieser Klasse eine geringere Varianz als die effiziente Schätzfunktion selbst.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Die Gütefunktion eines parametrischen Tests gibt zu jedem möglichen Parameterwert $\theta$ an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Test die Nullhypothese ablehnt, falls $\theta$ der zur tatsächlichen Verteilung von $Y$ gehörende Parameter ist.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Bei einem statistischen Hypothesentest ist die minimale Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art stets größer als die maximale Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Die Nullhypothese $H_0 : \mu = \mu_0$ wird beim Gauß-Test auf den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit bei bekannter Varianz zum Signifikanzniveau $\alpha$ genau dann abgelehnt, wenn $\mu_0$ im entsprechenden (symmetrischen) Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ für $\mu$ enthalten ist. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Die Annahme, dass $X_1, \dots, X_n$ eine einfache Stichprobe zu einer normalverteilten Grundgesamtheit $Y$ ist, ist beim Chi-Quadrat-Test für die Varianz wesentlich, bei einer Verletzung dieser Annahme ist selbst eine näherungsweise Verwendung des Tests meist unangebracht.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Die einfache Varianzanalyse untersucht, ob die Varianzen für die verschiedenen Faktorstufen eines Faktors konstant sind oder mindestens eine Varianz von den Varianzen der anderen Faktorstufen abweicht.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Im einfachen linearen Regressionsmodell sind (bedingte) Prognosen für $y_0$ gegeben $x_0$ umso präziser, je näher $x_0$ an $\bar{x}$ liegt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**Aufgabe 2** (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten -1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Es sei  $X_1, \dots, X_n$  eine einfache Stichprobe vom Umfang  $n$  zu  $Y$  mit  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Dann gilt für die Verteilung von  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ :

(a)  $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$

(b)  $\bar{X} \sim N(n\mu, n\sigma^2)$

(c)  $\bar{X} \sim N\left(\frac{\mu}{n}, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(d)  $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

2. Auf Grundlage zweier unabhängiger einfacher Stichproben  $X_1^A, \dots, X_{n_A}^A$  vom Umfang  $n_A$  zu  $Y^A$  und  $X_1^B, \dots, X_{n_B}^B$  vom Umfang  $n_B$  zu  $Y^B$  soll unter der Annahme, dass  $Y^A$  und  $Y^B$  jeweils normalverteilt sind mit unbekannter, aber übereinstimmender Varianz, mit einem Signifikanztest überprüft werden, ob  $E(Y^A) > E(Y^B)$  gilt. Zur Untersuchung dieser Fragestellung sind die folgenden aus der Vorlesung bekannten Verfahren geeignet:

(a) Nur Varianzanalyse

(b) Nur  $t$ -Differenzentest für verbundene Stichproben

(c) Nur 2-Stichproben- $t$ -Test für den Mittelwert

(d) Varianzanalyse und (äquivalent) 2-Stichproben- $t$ -Test für den Mittelwert

3. Als  $p$ -Wert zur realisierten Teststatistik eines zweiseitigen Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit bei bekannter Varianz erhält man  $p = 0.03645$ . Dann gilt:

(a) Die Nullhypothese ist bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.05$  abzulehnen, bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.01$  jedoch nicht abzulehnen.

(b) Die Nullhypothese ist bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.01$  abzulehnen, bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.05$  jedoch nicht abzulehnen.

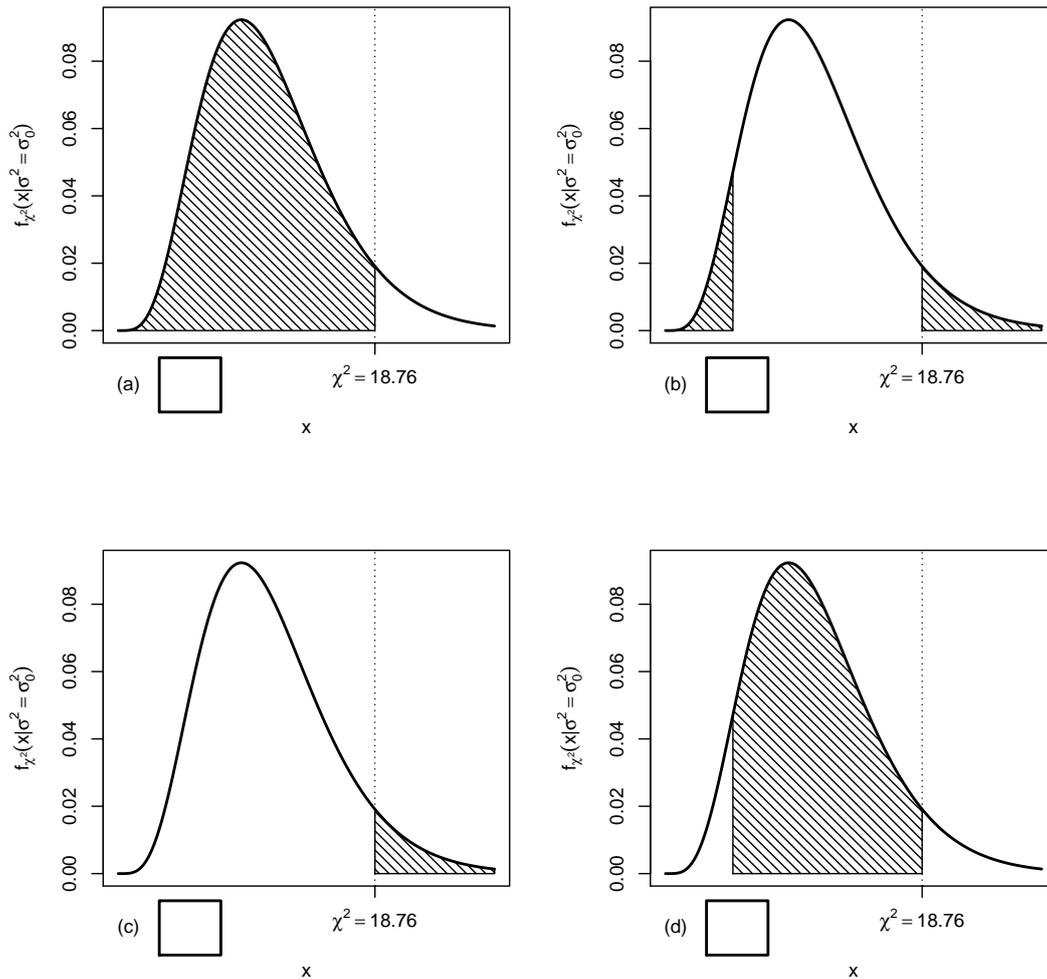
(c) Die Nullhypothese ist sowohl bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.01$  als auch bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.05$  abzulehnen

(d) Die Nullhypothese ist weder bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.01$  noch bei einem Test zum Niveau  $\alpha = 0.05$  abzulehnen.

4. Sei  $X_1, \dots, X_{16}$  eine einfache Stichprobe zu einer  $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen  $Y$  mit unbekanntem Parametern  $\mu$  und  $\sigma$ . Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu einer einfachen Stichprobe vom Umfang  $n = 12$  soll

$$H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2 = 10 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 = 10$$

getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man  $\chi^2 = 18.76$ . Markieren Sie die Abbildung, welche den  $p$ -Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter  $H_0$  (für  $\sigma^2 = \sigma_0^2$ ) darstellt.





**Aufgabe 3** (4 + 2 = 6 Punkte)

Für  $\lambda > 0$  sei  $Y \sim \text{Pois}(\lambda)$  (es gilt also insbesondere  $E(Y) = \text{Var}(Y) = \lambda$ ),  $X_1, \dots, X_n$  sei für  $n \in \mathbb{N}$  eine einfache Stichprobe vom Umfang  $n$  zu  $Y$ .

- (a) Zeigen Sie: Die Schätzfunktionen

$$T_n(X_1, \dots, X_n) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i^2 - X_i)$$

sind erwartungstreu für  $\lambda^2$ .

- (b) Welche Eigenschaft müssen die Schätzfunktionen  $T_n$  aus Teil (a) außerdem erfüllen, um für  $\lambda^2$  konsistent im quadratischen Mittel zu sein?

*(Die Gültigkeit dieser Eigenschaft ist **nicht** zu überprüfen!)*



**Aufgabe 4** (3 + 2 + 6 = 11 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen  $Y$  sei in Abhängigkeit des unbekanntes Parameters  $a > 0$  durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2}{a^2} \cdot y & \text{für } 0 \leq y \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter  $a$  soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$  vom Umfang  $n$  geschätzt werden.

- (a) Zeigen Sie, dass  $E(Y) = \frac{2}{3} \cdot a$  gilt.
- (b) Bestimmen Sie den Schätzer  $\hat{a}_{MM}$  nach der Methode der Momente.
- (c) Bestimmen Sie den Schätzer  $\hat{a}_{ML}$  nach der Maximum-Likelihood-Methode.

*Hinweise:*

- *Beachten Sie, dass Sie Teil (b) mit dem angegebenen Resultat auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss **nicht** überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*



**Aufgabe 5** (10 + 3 + 1 = 14 Punkte)

Eine Verbraucherschutzorganisation vermutet, dass die von einer bestimmten Kellerei abgefüllten Weinflaschen im Durchschnitt weniger als die auf dem Etikett angegebenen 0.75 Liter Wein enthalten. Zur näheren Untersuchung kauft die Verbraucherschutzorganisation unabhängig voneinander an verschiedenen Verkaufsstellen insgesamt 8 Flaschen, bei denen die folgenden Inhalte (in Litern) festgestellt werden:

0.703, 0.736, 0.778, 0.696, 0.728, 0.734, 0.751, 0.723

**(Hinweis:**  $s = 0.02598$ )

- (a) Untersuchen Sie unter der Annahme, dass die abgefüllten Weinmengen normalverteilt sind, mit einem geeigneten Hypothesentest zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ , ob die Vermutung der Verbraucherschutzorganisation bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Geben Sie unter der Annahme, dass die abgefüllten Weinmengen normalverteilt sind, ein (symmetrisches) Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit  $1 - \alpha = 0.95$  für die mittlere abgefüllte Weinmenge an.
- (c) Ändert sich etwas an der Entscheidung aus Teil (a), wenn statt  $\alpha = 0.05$  das Signifikanzniveau  $\alpha = 0.025$  zugrundegelegt wird? (*Keine Begründung erforderlich.*)



**Aufgabe 6** (14 + 2 = 16 Punkte)

Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$  getestet werden, ob die von einem Zufallszahlengenerator erzeugten Zufallszahlen (wie gewünscht)  $N(0, 1)$ -verteilt sind. Dazu wurden  $n = 100$  unabhängige Zufallszahlen generiert und die Verteilung auf einer vorgegebenen Intervalleinteilung wie folgt festgestellt:

$i$	1	2	3	4	5
$K_i$	$(-\infty, -1.5]$	$(-1.5, -0.5]$	$(-0.5, 0.5]$	$(0.5, 1.5]$	$(1.5, \infty)$
$n_i$	10	28	31	16	15

- (a) Führen Sie den beschriebenen Test durch. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Erläutern Sie **kurz** (1–3 Sätze), warum große Werte der Teststatistik gegen die Nullhypothese sprechen.

*Hinweis: Verwenden Sie für Aufgabenteil (a) den folgenden Tabellenausschnitt mit  $p$ -Quantilen von  $\chi^2(n)$ -Verteilungen:*

$n \setminus p$	0.01	0.025	0.05	0.5	0.9	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086
96	66.730	70.783	74.401	95.334	114.131	119.871	125.000	131.141
97	67.562	71.642	75.282	96.334	115.223	120.990	126.141	132.309
98	68.396	72.501	76.164	97.334	116.315	122.108	127.282	133.476
99	69.230	73.361	77.046	98.334	117.407	123.225	128.422	134.642
100	70.065	74.222	77.929	99.334	118.498	124.342	129.561	135.807



## Aufgabe 7 (13 Punkte)

Anhand der Ergebnisse der Klausur zur Veranstaltung „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ des Sommersemesters 2010 soll mit Hilfe einer einfachen Varianzanalyse untersucht werden, ob die Verteilung der von den Studierenden im Fach „Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“ erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, ob man ein reines BWL-Studium absolviert (Gruppe 1), ein anderes Studienfach innerhalb der Fakultät (Diplom-Handelslehrer, Wirtschaftsinformatik, Wirtschaft und Recht) belegt (Gruppe 2) oder an der Klausur als Nebenfach-Student einer anderen Fakultät (Gruppe 3) teilgenommen hat. Hierzu wurden folgende Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

$j$ (Gruppe)	$n_j$	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	225	60.944	936018.25
2	126	55.532	429245.00
3	17	52.824	58662.50

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe  $SW = 152241.689$  berechnet.

Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ ) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig  $N(\mu_j, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X_{j,i}$  ( $1 \leq j \leq 3, 1 \leq i \leq n_j$ ) sind, ob die Zugehörigkeit zu den oben beschriebenen Gruppen von Studierenden einen Einfluss auf die erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

*Hinweis: Verwenden Sie für Aufgabenteil (a) den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von  $F(m, n)$ -Verteilungen:*

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	364	365	366	367	368
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	253.964	253.965	253.966	253.967	253.968
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.493	19.493	19.493	19.493	19.493
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.534	8.534	8.534	8.534	8.534
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.638	5.638	5.638	5.638	5.638
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.376	4.376	4.376	4.376	4.376
364	3.867	3.021	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
365	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
366	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.188
367	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.188	1.187
368	3.867	3.020	2.629	2.396	2.239	1.188	1.188	1.188	1.187	1.187



**Aufgabe 8** (6 + 2 + 3 + 3 + 5 + 3 + 5 = 27 Punkte)

Eine amerikanische Fluggesellschaft nimmt an, dass zwischen den jährlichen Kosten für Treibstoff  $x_i$  und den übrigen operativen Kosten  $y_i$  (jeweils in 100 Mio USD) ein Zusammenhang in Form des einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

besteht.

Die Fluggesellschaft hat über  $n = 8$  Jahre die Kosten für Treibstoff  $x_i$  sowie die übrigen operativen Kosten  $y_i$  erhoben und daraus für die Durchführung einer einfachen linearen Regressionsanalyse bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 y_i &= 115.24; & \sum_{i=1}^8 y_i^2 &= 1736.703; & \sum_{i=1}^8 x_i &= 14.916; \\ \sum_{i=1}^8 x_i^2 &= 32.937; & \sum_{i=1}^8 x_i \cdot y_i &= 233.495; & \sum_{i=1}^8 \hat{y}_i^2 &= 1727.748. \end{aligned}$$

- (a) Schätzen Sie  $\beta_1$  und  $\beta_2$  mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.
- (b) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß  $R^2$ .
- (c) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für  $\sigma^2$  den realisierten Schätzwert für  $\sigma^2$  an.
- (d) Berechnen Sie  $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2$  und  $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^2$ .
- (e) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$ , ob  $\beta_1$  signifikant positiv ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (f) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit  $1 - \alpha = 0.99$  für  $\beta_2$  an.
- (g) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit  $1 - \alpha = 0.95$  für die restlichen operativen Kosten  $y_0$  in einem Jahr mit Treibstoffkosten von  $x_0 = 0.5$  an.







**Aufgabe 9** (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung der stetigen Wochenrenditen  $y_i$  der BMW-Aktie durch die stetigen Wochenrenditen  $x_i$  des DAX unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

Mit den stetigen Wochenrenditen der zweiten Jahreshälfte des Jahres 2010 wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

Call:

```
lm(formula = y ~ x)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.058359	-0.020671	-0.001171	0.019764	0.069304

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	0.009336	0.006724	1.388	0.1777
x	1.164781	0.388177	3.001	0.0062 **

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.03175 on 24 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.2728, Adjusted R-squared: 0.2425

F-statistic: 9.004 on 1 and 24 DF, p-value: 0.006196

- Wie viele Wochenrenditen gingen in die Schätzung ein?
- Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für  $\beta_1$  und  $\beta_2$  an.
- Geben Sie den realisierten Schätzwert für  $\sigma^2$  an.
- Welcher Anteil der Gesamtvarianz der stetigen BMW-Wochenrenditen wird durch das lineare Modell erklärt?
- Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen  $p$ -Werts zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$ , ob  $\beta_2$  signifikant von Null verschieden ist.





**Tabelle zur Standardnormalverteilung**

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

***p*-Quantile der Standardnormalverteilung**

$$F_{N(0,1)}(N_p) = p$$

<i>p</i>	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
<i>N<sub>p</sub></i>	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

**$p$ -Quantile der  $t(n)$ -Verteilungen  $t_{n;p}$**

$$T \sim t(n) \quad \Rightarrow \quad F_T(t_{n;p}) = p$$

$n \backslash p$	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
40	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
80	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
100	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
120	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
140	1.040	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611	3.361
160	1.040	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607	3.352
180	1.039	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603	3.345
200	1.039	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.340
250	1.039	1.285	1.651	1.969	2.341	2.596	3.330