

Zusammenfassung: Gauß-Test für den Mittelwert bei unbekannter Varianz

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, σ^2 bekannt approximativ: $E(Y) = \mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, $\text{Var}(Y) = \sigma^2$ bekannt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$
Teststatistik	$N = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$		
Verteilung (H_0)	N für $\mu = \mu_0$ (näherungsweise) $N(0,1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(-\infty, -N_{1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (N_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(N_{1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -N_{1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - \Phi(N))$	$1 - \Phi(N)$	$\Phi(N)$

Zusammenfassung: (Approx.) Gauß-Test für Anteilswert p

Anwendungs-voraussetzungen	approximativ: $Y \sim B(1, p)$ mit $p \in [0, 1]$ unbekannt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$H_0: p \leq p_0$ $H_1: p > p_0$	$H_0: p \geq p_0$ $H_1: p < p_0$
Teststatistik	$N = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n}$		
Verteilung (H_0)	N für $p = p_0$ näherungsweise $N(0,1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(-\infty, -N_{1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (N_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(N_{1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -N_{1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - \Phi(N))$	$1 - \Phi(N)$	$\Phi(N)$

Zusammenfassung: t-Test für den Mittelwert bei unbekannter Varianz

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 \in \mathbb{R}_{++}$ unbekannt approximativ: $E(Y) = \mu \in \mathbb{R}, \text{Var}(Y) = \sigma^2 \in \mathbb{R}_{++}$ unbekannt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$		
Verteilung (H_0)	t für $\mu = \mu_0$ (näherungsweise) $t(n-1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)}$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(-\infty, -t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n-1, 1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n-1, 1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n-1)}(t))$	$1 - F_{t(n-1)}(t)$	$F_{t(n-1)}(t)$

Zusammenfassung: χ^2 -Test für die Varianz einer normalverteilten Zufallsvariablen mit bekanntem Erwartungswert

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$ bekannt, $\sigma^2 \in \mathbb{R}_{++}$ unbekannt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$
Teststatistik	$\chi^2 = \frac{n \cdot S^2}{\sigma_0^2}$		
Verteilung (H_0)	χ^2 (für $\sigma^2 = \sigma_0^2$) $\chi^2(n)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$[0, \chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2)$ $\cup (\chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2, \infty)$	$(\chi_{n, 1-\alpha}^2, \infty)$	$[0, \chi_{n, \alpha}^2)$
p-Wert	$2 \cdot \min \{ F_{\chi^2(n)}(\chi^2), 1 - F_{\chi^2(n)}(\chi^2) \}$	$1 - F_{\chi^2(n)}(\chi^2)$	$F_{\chi^2(n)}(\chi^2)$

Zusammenfassung: χ^2 -Test für die Varianz einer normalverteilten Zufallsvariablen mit unbekanntem Erwartungswert

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, $\sigma^2 \in \mathbb{R}_{++}$ unbekannt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$
Teststatistik	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$		
Verteilung (H_0)	χ^2 (für $\sigma^2 = \sigma_0^2$) $\chi^2(n-1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)$ mit $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$[0, \chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2)$ $\cup (\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2, \infty)$	$(\chi_{n-1, 1-\alpha}^2, \infty)$	$[0, \chi_{n-1, \alpha}^2)$
p-Wert	$2 \cdot \min \{ F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2), 1 - F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2) \}$	$1 - F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2)$	$F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2)$

Zusammenfassung: Chi-Quadrat-Anpassungstest zur Anpassung an eine vorgegebene Verteilung

Anwendungs-voraussetzungen	approximativ: Y beliebig verteilt X_1, \dots, X_n einfache Stichprobe zu Y $k-1$ Klassengrenzen $a_1 < a_2 < \dots < a_{k-1}$ vorgegeben		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: F_Y = F_0$ $H_1: F_Y \neq F_0$ (für alle $\theta \in \Theta$)		
Teststatistik	$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i^0)^2}{np_i^0} = n \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - np_i^0}{np_i^0} \right)^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{n_i^2}{np_i^0} \right) - n$		
Verteilung (H_0)	χ^2 ist näherungsweise $\chi^2(k-1)$ -verteilt, falls $F_Y = F_0$ (Näherung nur vernünftig, falls $np_i^0 \geq 5$ für $i \in \{1, \dots, k\}$)		
Benötigte Größen	$p_i^0 = F_0(a_i) - F_0(a_{i-1})$ mit $a_0 := -\infty, a_k := \infty$, $n_i = \# \{ j \in \{1, \dots, n\} \mid X_j \in (a_{i-1}, a_i] \}$, $i \in \{1, \dots, k\}$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(\chi_{k-1, 1-\alpha}^2, \infty)$		
p-Wert	$1 - F_{\chi^2(k-1)}(\chi^2)$		

Zusammenfassung: Chi-Quadrat-Anpassungstest zur Anpassung an parametrische Verteilungsfamilie

Anwendungs-voraussetzungen	approx.: Y beliebig verteilt, X_1, \dots, X_n einf. Stichprobe zu Y Familie von Verteilungsfunktionen F_θ für $\theta \in \Theta$ vorgegeben $k-1$ Klassengrenzen $a_1 < \dots < a_{k-1}$ vorgegeben		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: F_Y = F_\theta$ für ein $\theta \in \Theta$ $H_1: F_Y \neq F_\theta$ (für alle $\theta \in \Theta$)		
Teststatistik	$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i^0)^2}{np_i^0} = n \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - np_i^0}{np_i^0} \right)^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{n_i^2}{np_i^0} \right) - n$		
Verteilung (H_0)	χ^2 ist unter H_0 näherungsweise $\chi^2(k-r-1)$ -verteilt, wenn $\hat{\theta}$ ML-Schätzer des r -dim. Verteilungsparameters θ auf Basis klassierter Daten ist (Verwendung von $\hat{\theta}$ siehe unten). (Näherung nur vernünftig, falls $np_i^0 \geq 5$ für $i \in \{1, \dots, k\}$)		
Benötigte Größen	$p_i^0 = F_\theta(a_i) - F_\theta(a_{i-1})$ mit $a_0 := -\infty, a_k := \infty$, $n_i = \# \{ j \in \{1, \dots, n\} \mid X_j \in (a_{i-1}, a_i] \}$, $i \in \{1, \dots, k\}$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(\chi_{k-r-1, 1-\alpha}^2, \infty)$		
p-Wert	$1 - F_{\chi^2(k-r-1)}(\chi^2)$		

Zusammenfassung: Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest

Anwendungs-voraussetzungen	approximativ: (Y^A, Y^B) beliebig verteilt $(X_1^A, X_1^B), \dots, (X_n^A, X_n^B)$ einfache Stichprobe zu (Y^A, Y^B) Ausprägungen $\{a_1, \dots, a_k\}$ von Y^A , $\{b_1, \dots, b_l\}$ von Y^B oder Klassengrenzen $a_1 < \dots < a_{k-1} < a_k < \dots < b_{l-1} < b_l$ von Y^B		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: Y^A, Y^B$ stochastisch unabhängig $H_1: Y^A, Y^B$ nicht stochastisch unabhängig		
Teststatistik	$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(n_{ij} - \bar{n}_{ij})^2}{\bar{n}_{ij}} = \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{n_{ij}^2}{\bar{n}_{ij}} \right) - n$		
Verteilung (H_0)	χ^2 ist näherungsweise $\chi^2((k-1) \cdot (l-1))$ -verteilt, falls H_0 gilt (Näherung nur vernünftig, falls $\bar{n}_{ij} \geq 5$ für alle i, j)		
Benötigte Größen	$n_{ij} = \# \{ m \in \{1, \dots, n\} \mid (x_m, y_m) \in A_i \times B_j \}$ für alle i, j mit $A_i = \{a_i\}$, $B_j = \{b_j\}$ bzw. Klassen A, B nach vorg. Grenzen, $\bar{n}_{ij} = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{n}$ mit $n_{i.} = \sum_{j=1}^l n_{ij}$, $n_{.j} = \sum_{i=1}^k n_{ij}$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(\chi_{(k-1) \cdot (l-1), 1-\alpha}^2, \infty)$		
p-Wert	$1 - F_{\chi^2((k-1) \cdot (l-1))}(\chi^2)$		

Zusammenfassung: t-Differenzentest

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: (Y^A, Y^B) gemeinsam (zweidimensional) normalverteilt, $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B$ sowie Varianzen/Kovarianz unbekannt approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A), \text{Var}(Y^B)$ unbek. $(X_1^A, X_1^B), \dots, (X_n^A, X_n^B)$ einfache Stichprobe zu (Y^A, Y^B)		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S/\sqrt{n}}$		
Verteilung (H_0)	t für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n-1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$X_i = X_i^A - X_i^B$ für $i \in \{1, \dots, n\}$, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)}$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(-\infty, -t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n-1, 1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n-1, 1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n-1)}(t))$	$1 - F_{t(n-1)}(t)$	$F_{t(n-1)}(t)$

Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$, $Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$, $\mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ bekannt X_1^A, \dots, X_n^A einfache Stichprobe zu Y^A , unabhängig von einfacher Stichprobe X_1^B, \dots, X_m^B zu Y^B		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$N = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{m}}}$		
Verteilung (H_0)	N für $\mu_A = \mu_B$ $N(0,1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^A$, $\bar{X}^B = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_j^B$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(-\infty, -N_{1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (N_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(N_{1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -N_{1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - \Phi(N))$	$1 - \Phi(N)$	$\Phi(N)$

Zusammenfassung: F-Test zum Vergleich der Varianzen zweier normalverteilter Zufallsvariablen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$, $Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$, $\mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. X_1^A, \dots, X_n^A einfache Stichprobe zu Y^A , unabhängig von einfacher Stichprobe X_1^B, \dots, X_m^B zu Y^B		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$	$H_0: \sigma_A^2 \leq \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 > \sigma_B^2$	$H_0: \sigma_A^2 \geq \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 < \sigma_B^2$
Teststatistik	$F = \frac{S_A^2}{S_B^2}$		
Verteilung (H_0)	F unter H_0 für $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ $F(n_A - 1, n_B - 1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^A$, $\bar{X}^B = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_j^B$ $S_A^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i^A - \bar{X}^A)^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n (X_i^A)^2 - n\bar{X}^A{}^2 \right)$ $S_B^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (X_j^B - \bar{X}^B)^2 = \frac{1}{m-1} \left(\sum_{j=1}^m (X_j^B)^2 - m\bar{X}^B{}^2 \right)$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$[0, F_{n_A-1, n_B-1, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (F_{n_A-1, n_B-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(F_{n_A-1, n_B-1, 1-\alpha}, \infty)$	$[0, F_{n_A-1, n_B-1, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot \min \{ F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F), 1 - F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F) \}$	$1 - F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F)$	$F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F)$

Zusammenfassung: Einfache Varianzanalyse

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y_j \sim N(\mu_j, \sigma^2)$ für $j \in \{1, \dots, k\}$ approximativ: Y_j beliebig verteilt mit $E(Y_j) = \mu_j$, $\text{Var}(Y_j) = \sigma^2$ k unabhängige einfache Stichproben X_{j1}, \dots, X_{jn_j} vom Umfang n_j zu Y_j für $j \in \{1, \dots, k\}$, $n = \sum_{j=1}^k n_j$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_1 = \mu_j$ für alle $j \in \{2, \dots, k\}$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_j$ für (mindestens) ein $j \in \{2, \dots, k\}$		
Teststatistik	$F = \frac{SB/(k-1)}{SW/(n-k)}$		
Verteilung (H_0)	F ist (approx.) $F(k-1, n-k)$ -verteilt, falls $\mu_1 = \dots = \mu_k$		
Benötigte Größen	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}$ für $j \in \{1, \dots, k\}$, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \bar{x}_j$ $SB = \sum_{j=1}^k n_j \cdot (\bar{x}_j - \bar{x})^2$, $SW = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$		
Kritischer Bereich zum Niveau α	$(F_{k-1, n-k, 1-\alpha}, \infty)$		
p-Wert	$1 - F_{F(k-1, n-k)}(F)$		

Zusammenfassung: t-Test für den Parameter β_1 im einfachen linearen Regressionsmodell mit Normalverteilungsannahme

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i$ mit $u_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ für $i \in \{1, \dots, n\}$, σ^2 unbekannt, x_1, \dots, x_n deterministisch und bekannt, Realisation y_1, \dots, y_n beobachtet		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \beta_1 = \beta_1^0$ $H_1: \beta_1 \neq \beta_1^0$	$H_0: \beta_1 \leq \beta_1^0$ $H_1: \beta_1 > \beta_1^0$	$H_0: \beta_1 \geq \beta_1^0$ $H_1: \beta_1 < \beta_1^0$
Teststatistik	$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}$		
Verteilung (H_0)	t für $\beta_1 = \beta_1^0$ $t(n-2)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\hat{\beta}_2 = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$, $\hat{\beta}_1 = \bar{y} - \hat{\beta}_2 \cdot \bar{x}$, $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}$		