Universität des Saarlandes
Lehrstab Statistik
apl. Prof. Dr. Martin Becker

8. Übungsblatt zum Wiederholungskurs
Schließende Statistik SS 2024

Aufgabe 33

12 vierjährige Jungen und 12 vierjährige Mädchen wurden während zweier jeweils 15-minütiger Spielrunden beobachtet. Die Spielweise jedes Kindes während dieser zwei Perioden wurde bezüglich Aggressionshäufigkeit und -ausmaß mit folgenden Punkten bewertet:

Jungen x_i^A	86	69	72	65	103	70	108	45	111	104	41	50
Mädchen x_i^B	55	40	22	58	16	7	16	26	36	20	9	15

Aus den obigen Daten erhielt man folgende (gerundete) Maßzahlen:

$$\text{Jungen:} \quad \overline{x^A} = 77, \quad s^2_{Y^A} = 630.364; \qquad \text{Mädchen:} \quad \overline{x^B} = 26.667, \quad s^2_{Y^B} = 288.97$$

Es werde angenommen, dass sich die Punktzahlen bei den Jungen durch eine Zufallsvariable Y^A mit $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$ und bei den Mädchen durch eine Zufallsvariable Y^B mit $Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$ beschreiben lassen, Y^A und Y^B stochastisch unabhängig, und die obigen Daten Realisationen von einfachen Stichproben zu Y^A bzw. Y^B sind. Testen Sie unter der Voraussetzung $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass sich im Aggressionsmaß keine geschlechtsspezifischen Unterschiede widerspiegeln, gegen die Alternative, dass sich im Aggressionsmaß geschlechtsspezifische Unterschiede widerspiegeln.

Aufgabe 34

Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob die Stichprobenrealisation in Aufgabe 33 darauf hindeutet, dass die dort getroffene Annahme $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ verletzt ist.
Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m, n)$*-Verteilungen sowie ggf. die Rechenregel* $F_{m,n;p} = \frac{1}{F_{n,m;1-p}}$.

$n \backslash m$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.704	4.678	4.655	4.636
6	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.027	4.000	3.976	3.956
7	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.603	3.575	3.550	3.529
8	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.313	3.284	3.259	3.237
9	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.102	3.073	3.048	3.025
10	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.943	2.913	2.887	2.865
11	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.818	2.788	2.761	2.739
12	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.717	2.687	2.660	2.637
13	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.635	2.604	2.577	2.554
14	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.565	2.534	2.507	2.484

Aufgabe 35

Die Messung des Cholesteringehaltes im Blut bei 8 Männern im Alter von 20 bis 30 Jahren bzw. 10 Männern im Alter von 40 bis 50 Jahren ergab folgende Werte:

20–30 Jahre	204	218	200	244	221	200	224	228		
40–50 Jahre	257	231	284	251	222	176	273	239	240	267

Aus den obigen Daten erhielt man folgende (gerundete) Maßzahlen:

$$\text{20–30 Jahre:}\quad \overline{x^A} = 217.375, \quad s^2_{Y^A} = 237.411; \quad \text{40–50 Jahre:}\quad \overline{x^B} = 244, \quad s^2_{Y^B} = 945.111$$

Es werde angenommen, dass sich die Cholesteringehalte bei Männern im Alter von 20 bis 30 Jahren durch eine Zufallsvariable Y^A mit $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$ und bei Männern im Alter von 40 bis 50 Jahren durch eine Zufallsvariable Y^B mit $Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$ beschreiben lassen, Y^A und Y^B stochastisch unabhängig, und die obigen Daten Realisationen von einfachen Stichproben zu Y^A bzw. Y^B sind. Überprüfen Sie unter der Voraussetzung $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Vermutung, dass der Cholesteringehalt bei Männern im Alter von 40 bis 50 Jahren im Mittel höher ist als bei Männern im Alter von 20 bis 30 Jahren.

Aufgabe 36

Entgegen der in Aufgabe 35 getroffenen Annahme der Varianzgleichheit vermutet man nun, dass die Varianz des Cholesteringehalts bei den Männern im Alter von 40 bis 50 Jahren größer ist als die Varianz des Cholesteringehalts bei Männern im Alter von 20 bis 30 Jahren. Kann diese Vermutung bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ mit einem geeigneten Test auf Grundlage der Daten aus Aufgabe 35 bestätigt werden?

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m, n)$*-Verteilungen sowie ggf. die Rechenregel* $F_{m,n;p} = \frac{1}{F_{n,m;1-p}}$.

$n \backslash m$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.704	4.678	4.655	4.636
6	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.027	4.000	3.976	3.956
7	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.603	3.575	3.550	3.529
8	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.313	3.284	3.259	3.237
9	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.102	3.073	3.048	3.025
10	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.943	2.913	2.887	2.865
11	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.818	2.788	2.761	2.739
12	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.717	2.687	2.660	2.637
13	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.635	2.604	2.577	2.554
14	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.565	2.534	2.507	2.484