

6. Übungsblatt zum Wiederholungskurs  
Schließende Statistik SS 2024

Aufgabe 25

Die von einer Maschine  $M_0$  hergestellten Teile werden nach ihrer Fertigstellung einer Kontrolle unterzogen und anhand dieser Kontrolle mit den Qualitätsstufen  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  oder  $Q_4$  versehen. Aufgrund langjähriger Erfahrung nimmt man als Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Qualitätsstufen an:

Qualitätsstufe bei $M_0$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$
Wahrscheinlichkeit	0.18	0.32	0.4	0.1

Die Leitung der Firma steht nun vor der Frage, ob die Maschine  $M_0$  durch eine andere Maschine  $M_1$  ersetzt werden soll. Von  $M_1$  ist lediglich bekannt, dass bei einem Probelauf, bei dem 100 Teile hergestellt wurden und der als einfache Stichprobe angesehen werden kann, die vier Qualitätsstufen mit folgenden Häufigkeiten aufgetreten sind:

Qualitätsstufe bei $M_1$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$
Häufigkeit	24	36	30	10

Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ , ob  $M_1$  bezüglich der Qualitätsstufen dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung wie  $M_0$  besitzt.

Aufgabe 26

Mit einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$  getestet werden, ob die von einem Zufallszahlengenerator erzeugten Zufallszahlen (wie gewünscht) Exp(1)-verteilt sind. Dazu wurden  $n = 100$  unabhängige Zufallszahlen generiert und die Verteilung auf einer vorgegebenen Intervalleinteilung wie folgt festgestellt:

$i$	1	2	3	4
$K_i$	$(-\infty, 0.5]$	$(0.5, 1]$	$(1, 2]$	$(2, \infty)$
$n_i$	32	31	28	9

Führen Sie den beschriebenen Test durch. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

*Hinweis: Die Verteilungsfunktion einer  $\text{Exp}(\lambda)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$  ist gegeben durch:*

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

### Aufgabe 27

Bei einer repräsentativen Befragung von 100 Autobesitzern wurden folgende Angaben über die jährlichen Inspektionskosten  $Y$  [in €] gemacht:

jährliche Inspektionskosten $Y$	absolute Häufigkeit $n_i$
$Y \leq 200$	9
$200 < Y \leq 300$	25
$300 < Y \leq 400$	47
$Y > 400$	19

Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.10$  die Hypothese, dass die jährlichen Inspektionskosten einer  $N(300, 100^2)$ -Verteilung gehorchen.

### Aufgabe 28

Für Planungszwecke ist in einem Industrieunternehmen die empirische Verteilung der Maschinenausfälle  $Y$  pro Tag ermittelt worden. Es ergaben sich aufgrund einer einfachen Stichprobe vom Umfang  $n = 200$  folgende Werte:

Maschinenausfälle $Y$ pro Tag	Anzahl der Beobachtungen $n_i$
0	12
1	43
2	59
3	51
$\geq 4$	35

Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$ , ob die Anzahl der Maschinenausfälle pro Tag poissonverteilt ist. Berücksichtigen Sie dabei, dass die Maximum-Likelihood-Schätzung mit Hilfe der wie oben klassierten Daten den geschätzten Parameter  $\hat{\lambda} = 2.4$  lieferte.

*Hinweis: Bekanntlich ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion  $p_X$  einer  $\text{Pois}(\lambda)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$  gegeben durch:*

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{für } x \in \mathbb{N}_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$