

**Einige Ergebnisse zum 1. Übungsblatt zum Wiederholungskurs  
 Schließende Statistik SS 2023**

*Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.*

Aufgabe 1

(a) Verteilung von  $Y$ :

|            |               |               |               |          |
|------------|---------------|---------------|---------------|----------|
| $y_i$      | 2500          | 3000          | 3500          | $\Sigma$ |
| $p_Y(y_i)$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | 1        |

(b)  $E(Y) = 3000$ ,  $\text{Var}(Y) = 2 \cdot 10^5$

(c) Es gibt 20 verschiedene Stichproben vom Umfang  $n = 2$  ohne Zurücklegen und 25 verschiedene Stichproben mit Zurücklegen (jeweils unter Berücksichtigung der Reihenfolge).

(d) Realisationen  $(x_1, x_2)$  zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

|   | A           | B           | C           | D           | E           |
|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| A | unmöglich   | (3000,2500) | (3000,3500) | (3000,3500) | (3000,2500) |
| B | (2500,3000) | unmöglich   | (2500,3500) | (2500,3500) | (2500,2500) |
| C | (3500,3000) | (3500,2500) | unmöglich   | (3500,3500) | (3500,2500) |
| D | (3500,3000) | (3500,2500) | (3500,3500) | unmöglich   | (3500,2500) |
| E | (2500,3000) | (2500,2500) | (2500,3500) | (2500,3500) | unmöglich   |

Resultierende gemeinsame Verteilung von  $(X_1, X_2)$ :

|                      |      |      |      |          |
|----------------------|------|------|------|----------|
| $x_1 \backslash x_2$ | 2500 | 3000 | 3500 | $\Sigma$ |
| 2500                 | 0.1  | 0.1  | 0.2  | 0.4      |
| 3000                 | 0.1  | 0    | 0.1  | 0.2      |
| 3500                 | 0.2  | 0.1  | 0.1  | 0.4      |
| $\Sigma$             | 0.4  | 0.2  | 0.4  | 1        |

Zugehörige Verteilung von  $\bar{X}$ :

|                          |                |               |               |               |                |          |
|--------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------|
| $\bar{x}_i$              | 2500           | 2750          | 3000          | 3250          | 3500           | $\Sigma$ |
| $p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{10}$ | 1        |

(e) Realisationen  $(x_1, x_2)$  zur Auswahl von 1. Familie (Zeilen)/2. Familie (Spalten):

|   | A           | B           | C           | D           | E           |
|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| A | (3000,3000) | (3000,2500) | (3000,3500) | (3000,3500) | (3000,2500) |
| B | (2500,3000) | (2500,2500) | (2500,3500) | (2500,3500) | (2500,2500) |
| C | (3500,3000) | (3500,2500) | (3500,3500) | (3500,3500) | (3500,2500) |
| D | (3500,3000) | (3500,2500) | (3500,3500) | (3500,3500) | (3500,2500) |
| E | (2500,3000) | (2500,2500) | (2500,3500) | (2500,3500) | (2500,2500) |

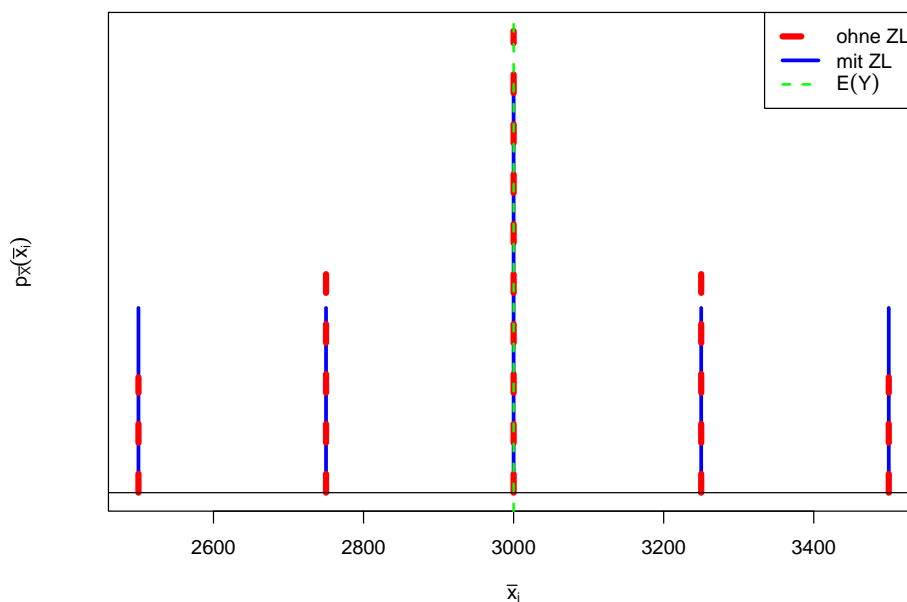
Resultierende gemeinsame Verteilung von  $(X_1, X_2)$ :

| $x_1 \backslash x_2$ | 2500           | 3000           | 3500           | $\Sigma$      |
|----------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| 2500                 | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{5}$ |
| 3000                 | $\frac{2}{25}$ | $\frac{1}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{1}{5}$ |
| 3500                 | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{2}{5}$ |
| $\Sigma$             | $\frac{2}{5}$  | $\frac{1}{5}$  | $\frac{2}{5}$  | 1             |

Zugehörige Verteilung von  $\bar{X}$ :

| $\bar{x}_i$              | 2500           | 2750           | 3000           | 3250           | 3500           | $\Sigma$ |
|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| $p_{\bar{X}}(\bar{x}_i)$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{9}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | $\frac{4}{25}$ | 1        |

(f) Vergleich der Verteilungen von  $\bar{X}$  in beiden Varianten:



- Bei Ziehung ohne Zurücklegen gilt:  $E(\bar{X}) = 3000$ ,  $\text{Var}(\bar{X}) = 75000$ ,  $\sqrt{\text{Var}(\bar{X})} = 273.861$ .
- Bei Ziehung mit Zurücklegen gilt:  $E(\bar{X}) = 3000$ ,  $\text{Var}(\bar{X}) = 1 \cdot 10^5$ ,  $\sqrt{\text{Var}(\bar{X})} = 316.228$ .

(g) Ziehen **mit** Zurücklegen führt zu einer einfachen (Zufalls-)Stichprobe, da nur in diesem Fall die Stichprobenzufallsvariablen  $X_1, X_2$  nicht nur identisch verteilt sind wie  $Y$ , sondern auch stochastisch unabhängig.