

Einige Ergebnisse zum 7. Übungsblatt zum Wiederholungskurs
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung WS 2023/24

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.

Aufgabe 30

(a) $T(X) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(b) Es gilt:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 1 \\ 0.2 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 0.3 & \text{für } 2 \leq x < 3 \\ 0.5 & \text{für } 3 \leq x < 4 \\ 0.6 & \text{für } 4 \leq x < 5 \\ 0.8 & \text{für } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{für } x \geq 6 \end{cases}$$

(c) $P\{2 < X \leq 5\} = 0.5$, $P\{X = 4\} = 0.1$, $P\{2 \leq X < 5\} = 0.4$, $P\{X \leq 3.5\} = 0.5$.

(d) $E(X) = 3.6$, $\text{Var}(X) = 3.24$

(e) Nein. (Begründung nur in ausführlicher Lösung.)

(f) $x_{0.25} = 2$, $x_{0.75} = 5$, $x_{0.5} \in [3, 4]$ bzw. mit aus Vorlesung bekannter Konvention zur eindeutigen Festlegung $x_{0.5} = 3$.

(g) $E(Z) = 2.8$, $\text{Var}(Z) = 12.96$.

Aufgabe 31

(a) Verteilungsfunktion von X :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq -1 \\ \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

(b) $P(\{X < -\frac{1}{2}\}) = \frac{1}{8}$, $P(\{X > \frac{1}{2}\}) = \frac{9}{32}$

(c) $E(X) = \frac{1}{6}$, $\text{Var}(X) = \frac{7}{18}$

(d) Median/oberes Quartil:

- Median: $x_{0.5} = 0$
- Oberes Quartil: $x_{0.75} = 0.5858$

(e) Dichtefunktion von Y :

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{9}y + \frac{5}{9} & \text{für } -5 \leq y < -2 \\ -\frac{1}{36}y + \frac{1}{9} & \text{für } -2 \leq y \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(f) $E(Y) = -\frac{3}{2}$, $\text{Var}(Y) = \frac{7}{2}$

Aufgabe 32

(a) Dichtefunktion:

$$f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x+1) & \text{für } -1 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{4}(x-3) = \frac{1}{4}(3-x) & \text{für } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(b) $P\{X \leq \frac{1}{2}\} = \frac{9}{32}$, $P\{X \geq 2\} = \frac{1}{8}$, $P\{1 \leq X \leq 2\} = \frac{3}{8}$.

(c) Verteilungsfunktion

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y < -1 \\ \frac{1}{32}(y+1)^2 & \text{für } -1 \leq y < 3 \\ 1 - \frac{1}{32}(y-7)^2 & \text{für } 3 \leq y \leq 7 \\ 1 & \text{für } y > 7 \end{cases}$$