

10. Übungsblatt zum Wiederholungskurs
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung WS 2023/24

Aufgabe 43

Ein Getränkehersteller füllt Getränkekästen mit jeweils 12 Flaschen koffeinhaltiger Limonade ab. Das Gewicht X_i einer (gefüllten) Flasche ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu_{X_i} = 620$ [g] und der Standardabweichung $\sigma_{X_i} = 10$ [g], $i = 1, \dots, 12$. Das Gewicht Y der (leeren) Getränkekästen ist ebenfalls normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu_Y = 560$ [g] und der Varianz $\sigma_Y^2 = 400$ [g²]. Ferner seien die Gewichte X_i der einzelnen (gefüllten) Flaschen untereinander und vom Gewicht Y der (leeren) Kästen unabhängig.

- Wie groß ist das durchschnittliche Gesamtgewicht und die Standardabweichung eines gefüllten Getränkekastens?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Gesamtgewicht eines gefüllten Getränkekastens zwischen 7950 [g] und 8050 [g] liegt?
- Geben Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Bereich an, in dem das Gesamtgewicht eines gefüllten Getränkekastens mit 90% Wahrscheinlichkeit liegt.

Aufgabe 44

Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{36} seien unabhängig identisch Pois(4)-verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

$$Z := \sum_{i=1}^{36} X_i = X_1 + \dots + X_{36}$$

bezeichnet.

- Geben Sie die (exakte) Verteilung von Z sowie deren Erwartungswert $E(Z)$ und Varianz $\text{Var}(Z)$ an.
- Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Z Werte zwischen 130 und 150 annimmt.
- Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, welcher Wert von Z mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.125 = 12.5\%$ nicht unterschritten wird.

Aufgabe 45

Bei einer Fluggesellschaft weiß man, dass im Mittel 10% derjenigen Personen, die sich einen Platz für einen Flug auf einer bestimmten Route reservieren lassen, zum Abflug nicht erscheinen. Um die Zahl der ungenutzten Plätze nicht zu groß werden zu lassen, werden daher für einen 230-sitzigen Jet mehr als 230 Platzreservierungen angenommen.

- (a) Wie ist die Anzahl Y der tatsächlich erscheinenden Passagiere verteilt, wenn insgesamt 245 Platzreservierungen angenommen wurden und davon ausgegangen werden kann, dass das (Nicht-)Erscheinen der einzelnen Passagiere voneinander unabhängig ist?
- (b) Berechnen Sie unter Verwendung des zentralen Grenzwertsatzes die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 245 angenommenen Reservierungen alle erscheinenden Passagiere einen Platz im Flugzeug erhalten.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise (bei 245 angenommenen Reservierungen) ein 0.95-Quantil der Anzahl der tatsächlich zum Flug erscheinenden Passagiere Y zu bestimmen.