

7. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2024

Aufgabe 30

In einer Zweigstelle der Sparkasse Saarbrücken ist aus langjähriger Erfahrung bekannt, dass 80% der Neukunden ein Girokonto und 50% ein Sparkonto eröffnen. Alle Neukunden eröffnen mindestens ein Konto einer der beiden Kontenformen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Neukunde der Sparkasse

- (a) ein Giro- und ein Sparkonto eröffnet?
- (b) ein Sparkonto eröffnet, wenn bereits bekannt ist, dass der Kunde ein Girokonto eröffnet?
- (c) kein Girokonto eröffnet, wenn bereits bekannt ist, dass der Kunde ein Sparkonto eröffnet?
- (d) ein Sparkonto eröffnet, aber kein Girokonto?
- (e) höchstens eines von beiden Konten eröffnet?

Aufgabe 31

Ein Student fährt entweder mit dem Auto oder mit dem Bus zur Universität. Aus Erfahrung weiß er, dass er mit dem Auto mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.01 mindestens eine halbe Stunde braucht. Fährt er dagegen mit dem Bus, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens eine halbe Stunde braucht, 0.05. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.6 benutzt er das Auto.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er weniger als eine halbe Stunde zur Universität braucht?
- (b) An einem Tag braucht er länger als eine halbe Stunde zur Universität. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mit dem Bus gekommen ist?

Aufgabe 32

In einer Abteilung einer Finanzbehörde werden eingehende Einkommenssteuererklärungen zufällig auf die Mitarbeiter A, B, C und D aufgeteilt. Aufgrund unterschiedlicher Ausführungsgeschwindigkeiten werden 30% der Erklärungen von Mitarbeiter A, 30% der Erklärungen von Mitarbeiter B, 15% der Erklärungen von Mitarbeiter C und 25% der Erklärungen von Mitarbeiter D bearbeitet. Gegen die ausgestellten Steuerbescheide werden mit einer Wahrscheinlichkeit von 3% bei Mitarbeiter A, 4% bei Mitarbeiter B, 6% bei Mitarbeiter C und 5% bei Mitarbeiter D (erfolgreich) Einsprüche eingelegt.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass gegen einen zufällig ausgewählten Einkommenssteuerbescheid ein (erfolgreicher) Einspruch eingelegt wird?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein nicht (erfolgreich) per Einspruch beanstandeter Einkommenssteuerbescheid von Mitarbeiter B ausgestellt wurde?
- (c) Sind die Ereignisse „Bescheid wird (erfolgreich) beanstandet“ und „Mitarbeiter B hat den Bescheid erstellt“ stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 33

Für eine spezielle Krankheit existiere ein Diagnoseverfahren, welches erkrankte Personen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% (korrekterweise) auch als krank einstuft, bei gesunden (bzw. nicht an dieser Krankheit erkrankten) Personen allerdings mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% (fälschlicherweise) ebenfalls eine entsprechende Erkrankung diagnostiziert.

An der Krankheit leiden 10% der Bevölkerung in der Altersgruppe von 60–70 Jahren, jedoch nur 0.5% der Bevölkerung zwischen 20 und 30 Jahren.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Untersucher in der Altersgruppe von 60–70 Jahren als krank eingestuft?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sich eine positive Diagnose bei einem Untersuchten der Altersgruppe von 60–70 Jahren als falsch herausstellen?
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Diagnose in der Altersgruppe von 60–70 Jahren?
- (d) Wie ändern sich die Resultate aus den Teilen (a)–(c), wenn der Untersuchte stattdessen aus der Altersgruppe zwischen 20 und 30 Jahren stammt?

Aufgabe 34

In einer Firma vollzieht sich die Herstellung eines bestimmten Produkts in zwei nacheinander und *unabhängig* voneinander ablaufenden Arbeitsgängen. Nach seiner Fertigstellung wird jedes Stück kontrolliert, und es gilt als Ausschuss, wenn bei seiner Fertigstellung in (mindestens) einem der beiden Arbeitsgänge ein Fehler passiert ist. Die Wahrscheinlichkeit für das Entstehen eines Ausschusstücks beträgt 0.08, dabei geschieht im ersten Arbeitsgang mit Wahrscheinlichkeit $1/24$ ein Fehler.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler im zweiten Arbeitsgang?

Aufgabe 35

In einer Urne liegen je eine rote, grüne, blaue und schwarze Kugel. Man zieht eine Kugel und betrachtet die Ereignisse:

A := „die gezogene Kugel ist rot oder grün“,

B := „die gezogene Kugel ist rot oder blau“,

C := „die gezogene Kugel ist rot oder schwarz“.

Zeigen Sie, dass die drei Ereignisse paarweise unabhängig sind, insgesamt aber abhängig sind.