

Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

BACHELOR-STUDIENGANG
SCHLIESSENDE STATISTIK
SOMMERSEMESTER 2012

Namensschild

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 8 + 18 + 8 + 15 + 14 + 5 + 24) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch grafikfähig und programmierbar), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t -Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–21 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t -Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben							
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	Σ
1		■	■	■	■	■	
2		■	■	■	■	■	
3			■	■	■	■	
4					■	■	
5			■	■	■	■	
6		■	■	■	■	■	
7		■	■	■	■	■	
8						■	
9							
Σ							

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten -1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

- | | wahr | falsch |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. Sei X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu einer normalverteilten Zufallsvariablen Y . Dann besitzen X_1, \dots, X_n stets übereinstimmende Erwartungswerte. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Sei $\hat{\theta}$ eine Schätzfunktion für θ . Dann ist $\hat{\theta}$ genau dann erwartungstreu für θ , wenn $\text{Bias}(\hat{\theta}) \neq 0$ gilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Sind für $n \in \mathbb{N}$ Schätzfunktionen T_n gegeben mit $E(T_n) = \theta$, so ist die Familie von Schätzfunktionen T_n stets konsistent im quadratischen Mittel für θ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Ist X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y mit $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, so gibt das (symmetrische) Schwankungsintervall für \bar{X} in Abhängigkeit der Verteilungsparameter μ und σ sowie einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha \in (0, 1)$ einen Bereich an, in dem sich \bar{X} mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$ realisiert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Bei einem zweiseitigen Gauß-Test von $H_0 : \mu = \mu_0$ gegen $H_1 : \mu \neq \mu_0$ wird der kritische Bereich K zum Signifikanzniveau α gerade so konstruiert, dass die Teststatistik bei Gültigkeit von $\mu = \mu_0$ mit Wahrscheinlichkeit α einen Wert in K annimmt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Bei einem rechtsseitigen Gauß-Test von $H_0 : \mu \leq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu > \mu_0$ kann die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art für $\mu \leq \mu_0$ durch die Gütefunktion $G(\mu)$ berechnet werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Für $\alpha \in (0, 1)$ gilt für die Quantile der χ^2 -Verteilung der Zusammenhang $\chi_\alpha^2 = -\chi_{1-\alpha}^2$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Im einfachen linearen Regressionsmodell | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad (i \in \{1, \dots, n\})$$

wird stets $E(u_i) = 0$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$ angenommen.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten -1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Es sei X_1, \dots, X_n eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu Y mit $E(Y) = \mu$ und $\text{Var}(Y) = \sigma^2$. Dann gilt für die Verteilung von $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$:

(a) $E(\bar{X}) = \mu$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2$

(b) $E(\bar{X}) = n \cdot \mu$ und $\text{Var}(\bar{X}) = n \cdot \sigma^2$

(c) $E(\bar{X}) = \mu$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

(d) $E(\bar{X}) = \frac{\mu}{n}$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2$

2. Auf Grundlage zweier unabhängiger einfacher Stichproben $X_1^A, \dots, X_{n_A}^A$ vom Umfang n_A zu Y^A und $X_1^B, \dots, X_{n_B}^B$ vom Umfang n_B zu Y^B soll unter der Annahme, dass Y^A und Y^B jeweils normalverteilt sind mit unbekannter, aber übereinstimmender Varianz, mit einem Signifikanztest überprüft werden, ob $E(Y^A) \neq E(Y^B)$ gilt. Zur Untersuchung dieser Fragestellung sind die folgenden aus der Vorlesung bekannten Verfahren geeignet:

(a) Nur Varianzanalyse

(b) Nur t -Differenzentest für verbundene Stichproben

(c) Nur 2-Stichproben- t -Test für den Mittelwert

(d) Varianzanalyse und (äquivalent) 2-Stichproben- t -Test für den Mittelwert

3. Als p -Wert zur realisierten Teststatistik eines zweiseitigen Gauß-Tests für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit bei bekannter Varianz erhält man $p = 0.07553$. Dann gilt:

(a) Die Nullhypothese ist bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ abzulehnen, bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ jedoch nicht abzulehnen.

(b) Die Nullhypothese ist bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ abzulehnen, bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ jedoch nicht abzulehnen.

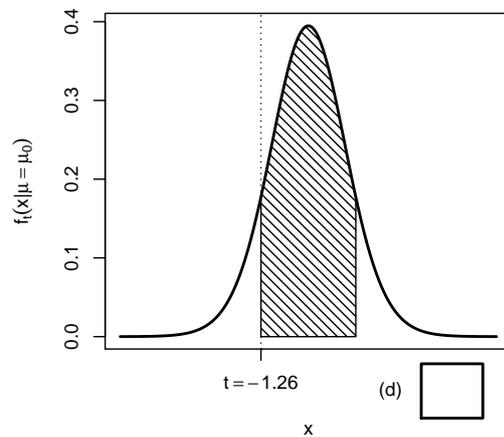
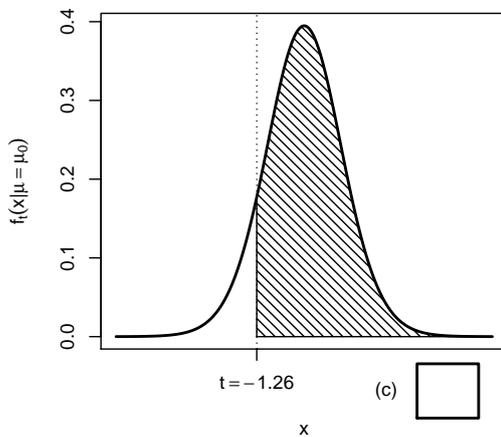
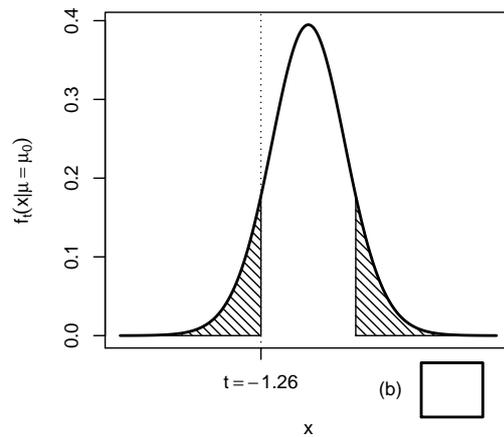
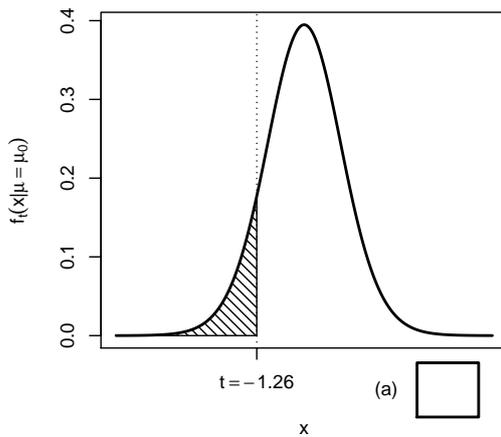
(c) Die Nullhypothese ist sowohl bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ als auch bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ abzulehnen

(d) Die Nullhypothese ist weder bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ noch bei einem Test zum Niveau $\alpha = 0.05$ abzulehnen.

4. Sei X_1, \dots, X_{25} eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekanntem Parametern μ und σ . Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 25$ soll

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 10 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 = 10$$

getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $t = -1.26$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p -Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\mu = \mu_0$) darstellt.



Aufgabe 3 (6 + 2 = 8 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekanntes Parameters $\lambda > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y}{\lambda^2} \cdot e^{-\frac{y^2}{2\lambda^2}} & \text{für } y \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter λ soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe X_1, \dots, X_n vom Umfang n geschätzt werden.

- (a) Bestimmen Sie den Schätzer $\hat{\lambda}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.
- (b) Man kann zeigen, dass $E(Y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \lambda$ gilt. Bestimmen Sie damit den Schätzer $\hat{\lambda}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

Hinweise:

- Beachten Sie, dass Sie Teil (b) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.
- Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss **nicht** überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.

Aufgabe 4 (7 + 3 + 5 + 3 = 18 Punkte)

Bei der Abfüllung von Styroporkleber sei anzunehmen, dass die verwendete Maschine mit einer Varianz von $0.05^2 = 0.0025 [kg^2]$ normalverteilte Klebermengen abfüllt. In einer routinemäßigen Überprüfung des Qualitätsmanagements soll untersucht werden, ob die mittlere Abfüllmenge der verwendeten Maschine von dem Soll-Inhalt von 4 [kg] abweicht. Die Überprüfung soll mit einem statistischen Test erfolgen. Hierzu werden der Produktion 25 Klebereimer entnommen, deren gemessene Füllmengen x_1, \dots, x_{25} als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 25 zur annahmegemäß $N(\mu, 0.05^2 [kg^2])$ -verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\bar{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 4.023 [kg] .$$

- (a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die mittlere abgefüllte Klebermenge von dem Soll-Inhalt von 4 [kg] abweicht. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Berechnen Sie den p -Wert zum Test aus Teil (a).
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, falls $\mu = 4.01 [kg]$ beträgt?
- (d) Geben Sie auf Basis der Stichprobenrealisation ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die mittlere Abfüllmenge zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.90$ an.

Aufgabe 5 (7 + 1 = 8 Punkte)

Ein Hersteller von Kaffeekapseln legt besonderen Wert auf die Präzision der abgefüllten Kaffeemenge Y , um seinen Kunden ein einheitliches Geschmackserlebnis garantieren zu können. Daher überprüft er regelmäßig mit einem statistischen Test, ob die als normalverteilt anzunehmende pro Kapsel abgefüllte Kaffeemenge eine vorgegebene maximale Standardabweichung von $\sigma = 0.5$ [g] nicht überschreitet, um im Bedarfsfall eine Neujustierung der Anlage durchzuführen. Da die Neujustierung mit erheblichen Kosten verbunden ist, soll der statistische Test so durchgeführt werden, dass eine Neujustierung nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% (überflüssigerweise) durchgeführt wird, falls die Maschine die maximal gewünschte Schwankung bzgl. der Abfüllmenge tatsächlich nicht überschreitet. Eine als einfache Stichprobe zu Y vom Umfang 20 aufzufassende Entnahme aus der laufenden Produktion ergab die Realisation $(x_1, x_2, \dots, x_{20})$. Aus dieser Realisation wurden bereits die Kennzahlen $\bar{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i = 17.108$ [g] und $s^2 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 0.339$ [g²] berechnet.

- (a) Entscheiden Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Streuung der Abfüllmenge den gewünschten Maximalwert überschreitet. Formulieren Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz.
- (b) Würden Sie (ohne Begründung!) dem Ergebnis des Tests aus Teil (a) auch dann (zumindest im Sinne eines asymptotischen statistischen Tests) vertrauen, wenn die Annahme der Normalverteilung von Y nicht gerechtfertigt sein sollte?

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p -Quantilen von $\chi^2(n)$ -Verteilungen:

$n \backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.5	0.9	0.95	0.975	0.99
16	5.812	6.908	7.962	15.338	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	7.564	8.672	16.338	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	8.231	9.390	17.338	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	8.907	10.117	18.338	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	9.591	10.851	19.337	28.412	31.410	34.170	37.566

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Für die Mitarbeiterdisposition eines Finanzdienstleisters wurde die empirische Verteilung der Anzahl pro Minute eintreffender Kunden Y über einen längeren Zeitraum ermittelt. Es ergaben sich dabei folgende (als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 200$ aufzufassende) Werte:

Anzahl der Kunden Y pro Minute	Anzahl der Beobachtungen n_i
0	53
1	64
2	37
≥ 3	46

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Anzahl der pro Minute eintreffenden Kunden poissonverteilt ist. Berücksichtigen Sie dabei, dass die Maximum-Likelihood-Schätzung mit Hilfe der wie oben klassierten Daten den geschätzten Parameter $\hat{\lambda} = 1.5$ lieferte.

Hinweise:

- Bekanntlich ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_X einer $\text{Pois}(\lambda)$ -verteilten Zufallsvariablen X gegeben durch:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{für } x \in \mathbb{N}_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p -Quantilen von $\chi^2(n)$ -Verteilungen:

$n \backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.5	0.9	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086

Aufgabe 7 (14 Punkte)

Um die Leistungsfähigkeit von 4 Schulklassen einer Klassenstufe zu vergleichen, soll anhand der Ergebnisse einer Vergleichsarbeit untersucht werden, ob die Verteilung der von den Schülern erreichten Punktzahlen abhängig davon ist, welcher der 4 Klassen sie angehören. Zu den verschiedenen Schulklassen wurden die folgenden (fiktiven) Daten zu den erreichten Punktzahlen erhoben:

j (Klasse)	n_j	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	20	16.656	5833.00
2	21	19.044	7782.05
3	23	18.837	8524.92
4	25	20.472	10759.19

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe $SW = 1095.841$ berechnet.

Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$ -verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i}$ ($1 \leq j \leq 4, 1 \leq i \leq n_j$) sind, ob die Zugehörigkeit zu den unterschiedlichen Schulklassen einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95-Quantilen von $F(m, n)$ -Verteilungen:

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	85	86	87	88	89
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	252.817	252.834	252.851	252.868	252.884
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.484	19.484	19.484	19.484	19.484
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.559	8.558	8.558	8.558	8.557
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.670	5.670	5.669	5.669	5.668
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.412	4.412	4.411	4.410	4.410
85	3.953	3.104	2.712	2.479	2.322	1.432	1.430	1.429	1.428	1.427
86	3.952	3.103	2.711	2.478	2.321	1.430	1.429	1.427	1.426	1.425
87	3.951	3.101	2.709	2.476	2.319	1.428	1.427	1.426	1.424	1.423
88	3.949	3.100	2.708	2.475	2.318	1.426	1.425	1.424	1.423	1.422
89	3.948	3.099	2.707	2.474	2.317	1.425	1.423	1.422	1.421	1.420

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 Punkte)

Zur Erklärung der Anzahl verkaufter Zigarettenpackungen pro Einwohner y_i durch das pro Einwohner zur Verfügung stehende Netto-Einkommen x_i (in USD) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

Aus für das Jahr 1971 erhobenen Daten für verschiedene Bundesstaaten der USA wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

Call:

```
lm(formula = y ~ x)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-46.930	-15.941	-4.377	4.823	146.844

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	37.941958	29.820993	1.272	0.20994
x	0.024019	0.008275	2.903	0.00576 **

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 31.01 on 44 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.1607, Adjusted R-squared: 0.1416

F-statistic: 8.425 on 1 and 44 DF, p-value: 0.005764

- Wie viele Bundesstaaten gingen in die Schätzung ein?
- Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.
- Geben Sie den realisierten Schätzwert für σ^2 an.
- Welcher Anteil der Gesamtvarianz der Anzahl verkaufter Zigarettenpackungen wird durch das lineare Modell erklärt?
- Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p -Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_2 signifikant von Null verschieden ist.

Aufgabe 9 (6 + 2 + 3 + 5 + 3 + 5 = 24 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \quad \text{mit} \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \dots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 36$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{36} y_i &= 120.472; & \sum_{i=1}^{36} y_i^2 &= 1057.604; & \sum_{i=1}^{36} x_i &= 287.418; \\ \sum_{i=1}^{36} x_i^2 &= 2363.68; & \sum_{i=1}^{36} x_i \cdot y_i &= 851.504; & \sum_{i=1}^{36} \hat{y}_i^2 &= 579.568. \end{aligned}$$

- (a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.
- (b) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.
- (c) Berechnen Sie $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^2$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^2$.
- (d) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant negativ ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (e) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_2 an.
- (f) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für y_0 gegeben $x_0 = 4$ an.

Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

***p*-Quantile der Standardnormalverteilung**

$$F_{N(0,1)}(N_p) = p$$

<i>p</i>	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
<i>N_p</i>	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

p -Quantile der $t(n)$ -Verteilungen $t_{n;p}$

$$T \sim t(n) \quad \Rightarrow \quad F_T(t_{n;p}) = p$$

$n \backslash p$	0.85	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
1	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
31	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.633
32	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.622
33	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.611
34	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.601
35	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.591
40	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
80	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.416
100	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
120	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
140	1.040	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611	3.361
160	1.040	1.287	1.654	1.975	2.350	2.607	3.352
180	1.039	1.286	1.653	1.973	2.347	2.603	3.345
200	1.039	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.340
250	1.039	1.285	1.651	1.969	2.341	2.596	3.330