

**WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES
PRÜFUNGSSEKRETARIAT**

FAKULTÄT FÜR EMPIRISCHE HUMANWISSENSCHAFTEN UND WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT
DER UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Von der/dem Studierenden auszufüllen (Bitte leserlich und in Blockschrift):

Name der Prüfung: Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
Semester, dem die Prüfung zugeordnet ist: WS 2021/22 (z. B. WS 2019/2020, SS 2020)
(Prüfungen im Februar/April = WS; Prüfungen im August/Okttober = SS)

Nachname, Vorname der/des Studierenden: _____

Matrikelnummer der/des Studierenden: _____

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.

Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.

Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.

Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Prüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Prüfung ist nicht zulässig.

Datum: _____ **Unterschrift der/des Studierenden:** _____

Von der Prüferin/Vom Prüfer auszufüllen:

| Aufgabe | Punkte | Max. Punkte | Bemerkungen |
|--------------|--------|-------------|-------------|
| 1 | | 16 | |
| 2 | | 12 | |
| 3 | | 13 | |
| 4 | | 19 | |
| 5 | | 6 | |
| 6 | | 7 | |
| 7 | | 20 | |
| 8 | | 18 | |
| 9 | | 9 | |
| | | | |
| <i>Summe</i> | | 120 | |

bestanden Note: _____

nicht bestanden Unterschrift der Prüferin/des Prüfers: _____

KLAUSURHEFT ZUR
 BACHELOR-PRÜFUNG
 DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG
 WINTERSEMESTER 2021/22

PD Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 13 + 19 + 6 + 7 + 20 + 18 + 9) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbstgestellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbstgestellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.
- Alle Punkte innerhalb von Zahlen sind stets Dezimalpunkte (und keine Tausenderpunkte).

| Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| Aufgabe | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | Σ |
| 1 | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | |
| 2 | | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | |
| 3 | | | | | | ■ | |
| 4 | | | | | | ■ | |
| 5 | | | ■ | ■ | ■ | ■ | |
| 6 | | | ■ | ■ | ■ | ■ | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | ■ | |
| 9 | | | | ■ | ■ | ■ | |
| Σ | | | | | | | |

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

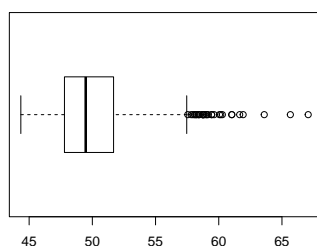
- | | wahr | falsch |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Kommt keine andere Ausprägung eines Merkmals X häufiger in der Urliste vor als die Ausprägung a_j , so gehört a_j stets zu den Modalwerten des Merkmals X . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Ist (a_1, b_1) eine Ausprägung des zweidimensionalen Merkmals (X, Y) und gilt für die relativen Randhäufigkeiten $r(a_1)$ und $r(b_1)$ sowie die gemeinsame relative Häufigkeit $r(a_1, b_1)$ der Zusammenhang $r(a_1, b_1) = r(a_1) \cdot r(b_1)$, so sind X und Y stets unabhängig. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum. Dann gilt für zwei Ereignisse $A, B \in \mathcal{F}$ stets $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Es seien (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \in \mathcal{F}$ drei Ereignisse mit positiven Eintrittswahrscheinlichkeiten. Gilt außerdem $P(A) > P(B)$, so gilt auch stets $P(A C) > P(B C)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Ist X eine Zufallsvariable mit $\text{Var}(X) = 4$, so gilt für die Zufallsvariable $Y := 2X + 8$ stets $\text{Var}(Y) = 16$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Stetig gleichverteilte Zufallsvariablen sind stets platykurtisch verteilt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Stimmen die Varianzen der beiden Zufallsvariablen X und Y überein, so gilt auch stets $\text{Korr}(X, Y) = \text{Cov}(X, Y)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Für $i \in \{1, \dots, 4\}$ seien X_i normalverteilte Zufallsvariablen mit $E(X_i) = 5$ sowie $\text{Sd}(X_i) = 2$, zudem gelte $\text{Cov}(X_i, X_j) = 0$ für alle $i, j \in \{1, \dots, 4\}$. Für die Summe $Y := X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ gilt dann stets $Y \sim N(20, 4^2)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

2. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Klausuraufgabe (4 MC-Aufgabenteile mit jeweils genau einer korrekten Antwort aus 4 Antwortmöglichkeiten) durch *rein zufälliges* Ankreuzen jeweils einer Antwortmöglichkeit (jede Antwortmöglichkeit erhalte also eine Chance von 25%) genau in einem Aufgabenteil die richtige Antwort zu markieren, beträgt (ggf. auf 2 Nachkommastellen gerundet):

- (a) 25.00%
- (b) 37.25%
- (c) 42.19%
- (d) 50.00%

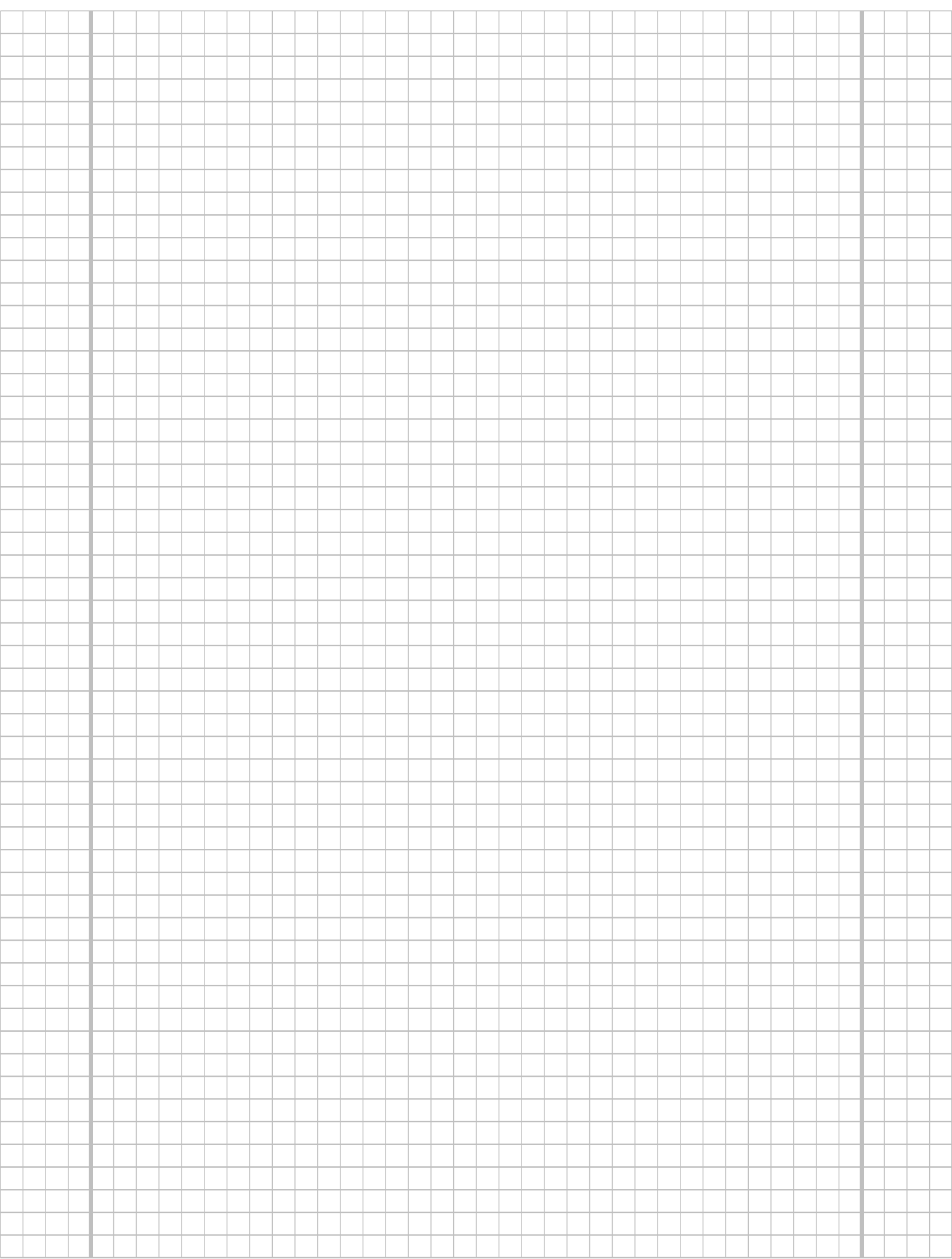
3. Bei der Aufstellung eines Listenvorschlags zu einer Gremienwahl sollen die 4 weiblichen und 3 männlichen Kandidat(inn)en so auf die 7 Listenplätze verteilt werden, dass sich die Geschlechter jeweils abwechseln. Damit beträgt die Anzahl der möglichen Listenanordnungen

- (a) 12
- (b) 35.
- (c) 72.
- (d) 144.

4. Für $n \in \mathbb{N}$ seien die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n unabhängig identisch verteilt mit $E(X_i) = \mu$ und $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ für alle $i \in \{1, \dots, n\}$. Dann gilt für $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

- (a) $E(\bar{X}) = \frac{\mu}{n}$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$.
- (b) $E(\bar{X}) = \mu$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$.
- (c) $E(\bar{X}) = \frac{\mu}{n}$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2$.
- (d) $E(\bar{X}) = \mu$ und $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2$.







Aufgabe 4 (6 + 4 + 3 + 3 + 3 = 19 Punkte)

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge $n = 40$ gegeben:

6.15, 7.03, 7.90, 8.05, 8.10, 9.37, 9.58, 9.94, 10.45, 11.33, 11.75, 13.96, 14.57,
15.02, 15.26, 16.45, 16.45, 16.46, 17.04, 19.62, 21.55, 21.84, 22.45, 23.00, 24.18,
27.70, 31.02, 34.87, 36.34, 36.43, 37.34, 37.36, 37.87, 39.58, 41.31, 45.79, 46.95,
48.50, 53.22, 56.93

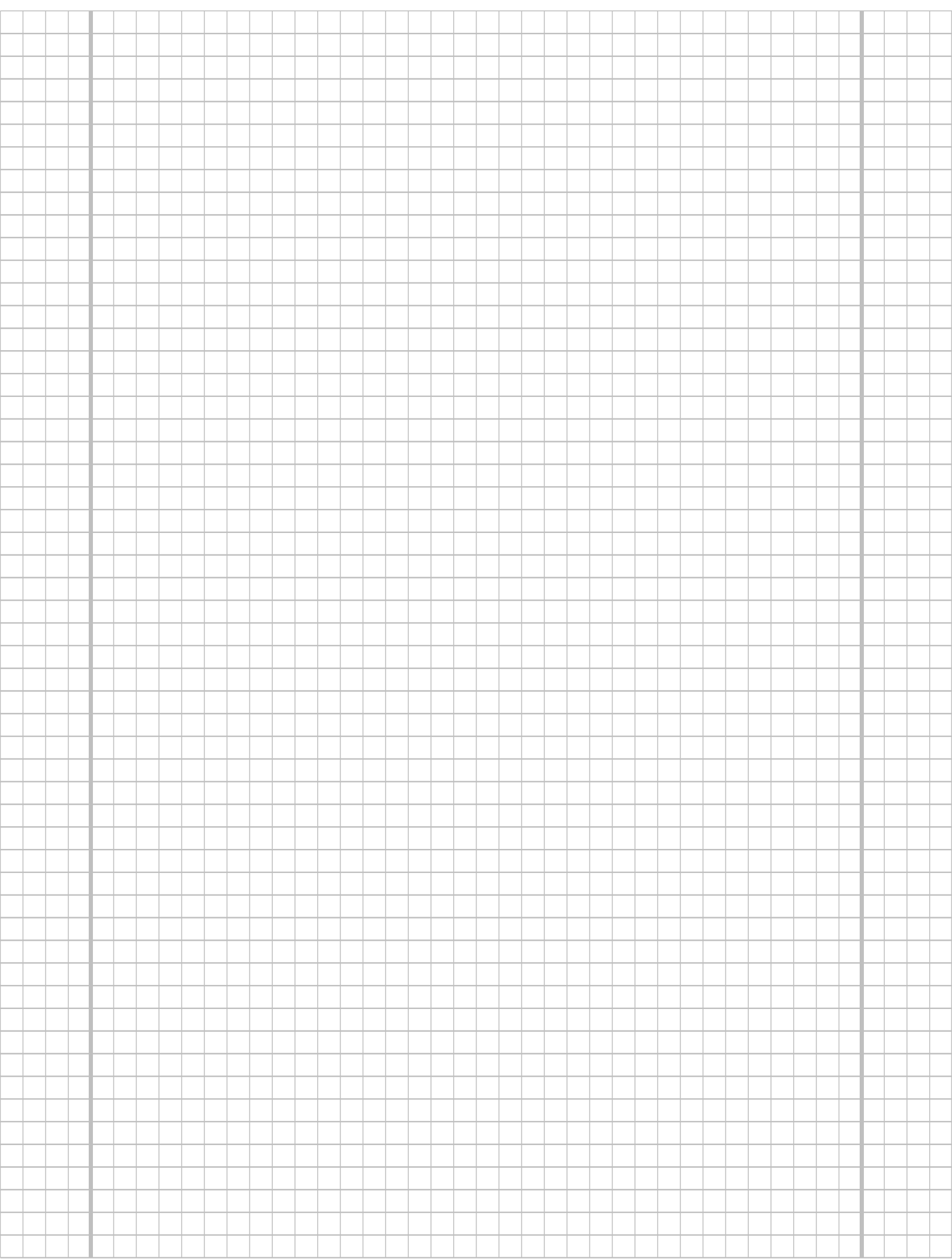
- (a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

$$K_1 = (5, 15], K_2 = (15, 25], K_3 = (25, 45], K_4 = (45, 65]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

- (b) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.
- (c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 24.218?
- (d) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 25 und 40. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (b) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?
- (e) Bestimmen Sie (unter Verwendung der bekannten Konvention zur eindeutigen Festlegung von Quantilen bei kardinalskalierten Merkmalen) *das* obere Quartil sowohl exakt aus der Urliste als auch approximativ mit Hilfe der Verteilungsfunktion für die klassierten Daten.



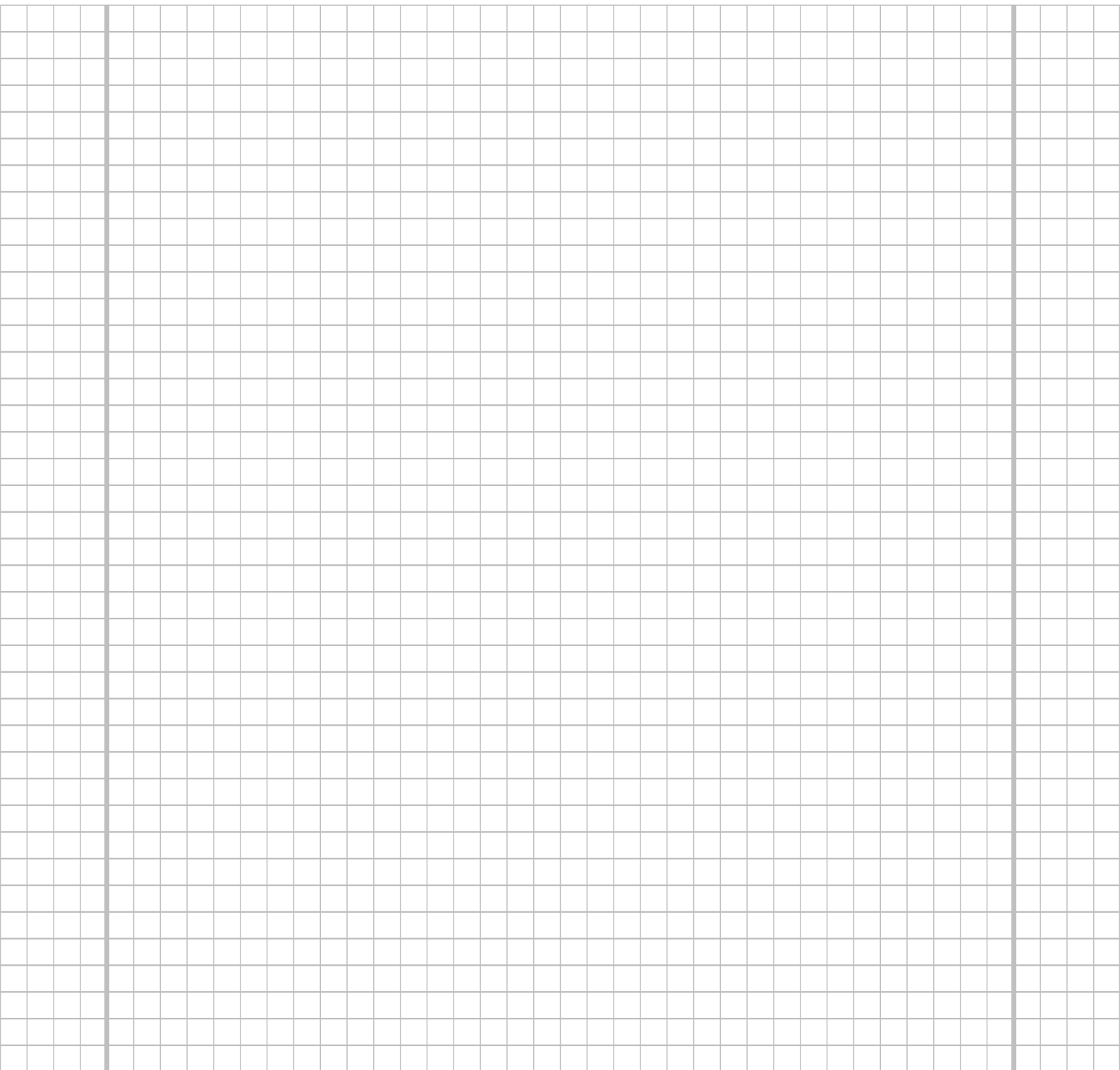




Aufgabe 5 (4 + 2 = 6 Punkte)

Von den Unternehmen, die sich auf einer 2-tägigen Messe präsentieren, sind 10% nur am 1. Tag sowie 15% nur am 2. Tag vertreten (die restlichen 75% sind an beiden Tagen vertreten).

- (a) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 1. Tag vertreten war, auch am 2. Tag vertreten ist?
- (b) Wie wahrscheinlich ist es, dass ein (zufällig ausgewähltes) Unternehmen, das am 2. Tag vertreten ist, nicht schon am 1. Tag vertreten war?





Aufgabe 6 (5 + 2 = 7 Punkte)

Bei einem Chip-Hersteller verteilt sich die Produktion eines bestimmten Mikrocontrollers auf insgesamt drei verschiedene Produktionslinien A, B und C. Dabei werden im Mittel 25% der Chips auf Linie A, 60% der Chips auf Linie B und 15% der Chips auf Linie C hergestellt. Aus den Ergebnissen der Qualitätssicherung ist bekannt, dass 98% der Chips aus Linie A, 99% der Chips aus Linie B und 97% der Chips aus Linie C nicht fehlerhaft sind.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Chip fehlerhaft ist?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhafter Chip auf der Linie A produziert wurde?



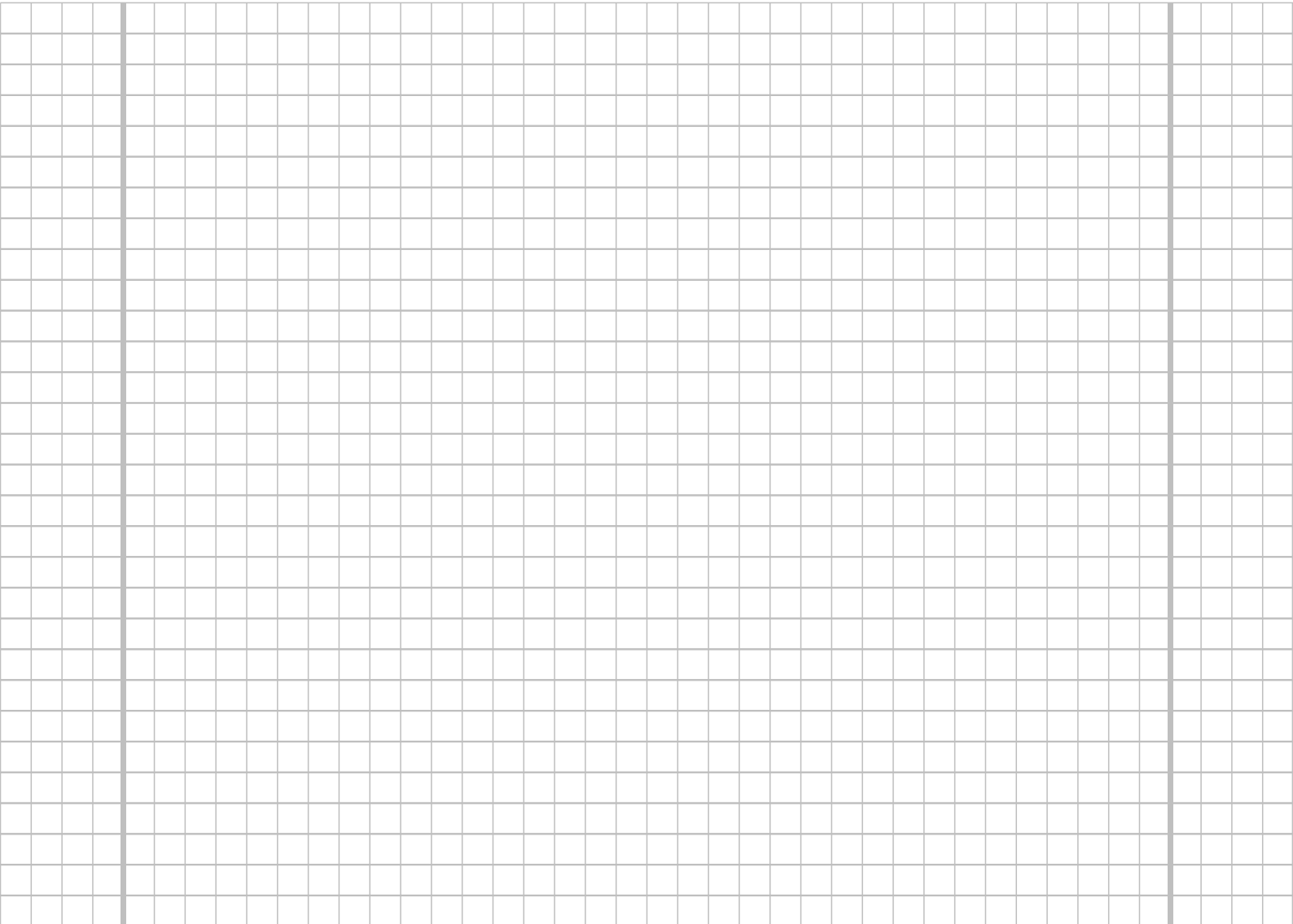


Aufgabe 7 (3 + 2 + 6 + 1 + 5 + 3 = 20 Punkte)

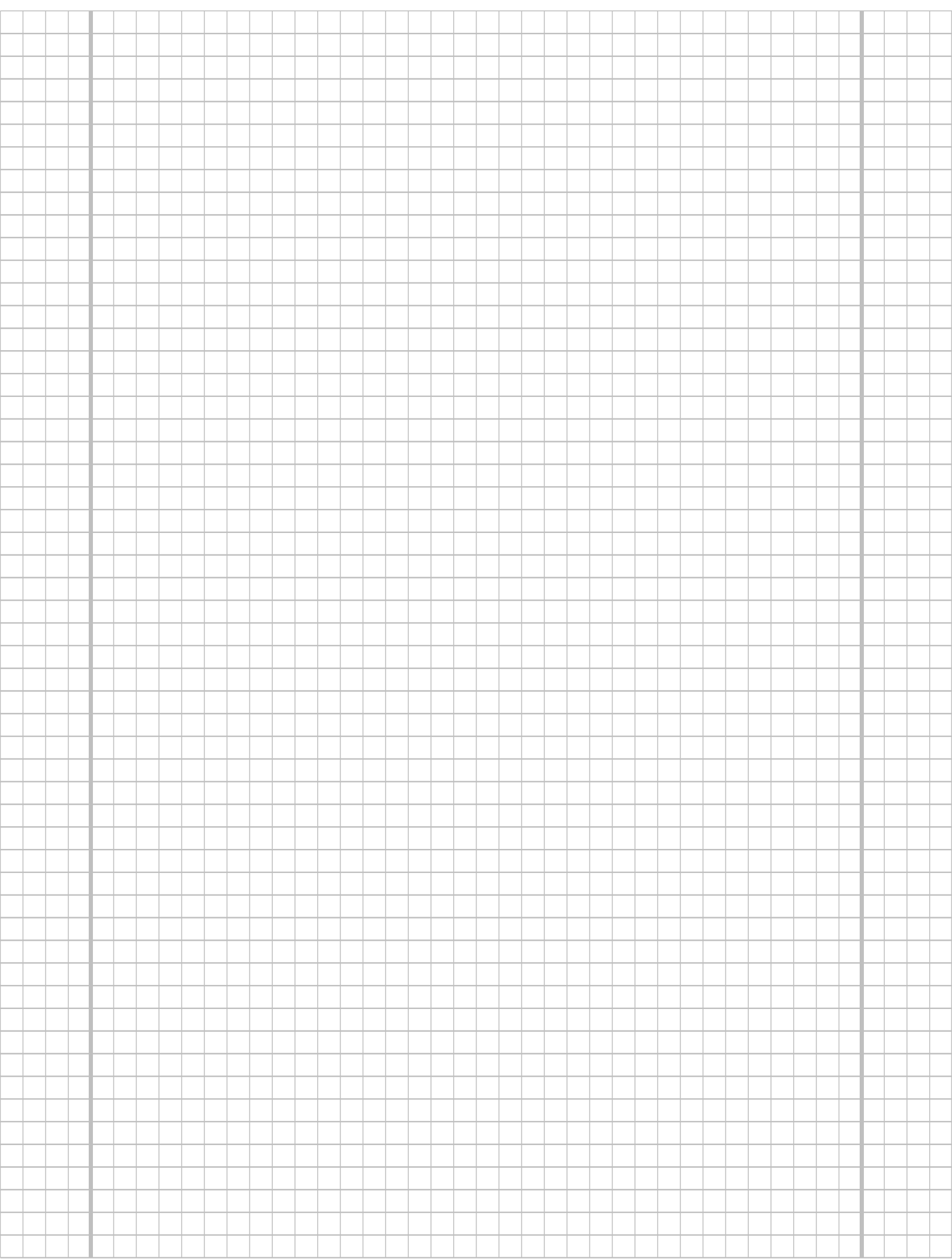
Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Verteilungsfunktion gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 & \text{für } 1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie eine Dichtefunktion f_X von X .
- (b) Berechnen Sie $P(\{X > \frac{1}{2}\})$ und $P(\{\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}\})$.
- (c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$.
- (d) Ist X symmetrisch um ihren Erwartungswert verteilt (ohne Begründung)?
- (e) Bestimmen Sie das untere Quartil und den Median von X .
- (f) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $Y := 2 \cdot X - 3$.









Aufgabe 8 (2 + 3 + 9 + 1 + 3 = 18 Punkte)

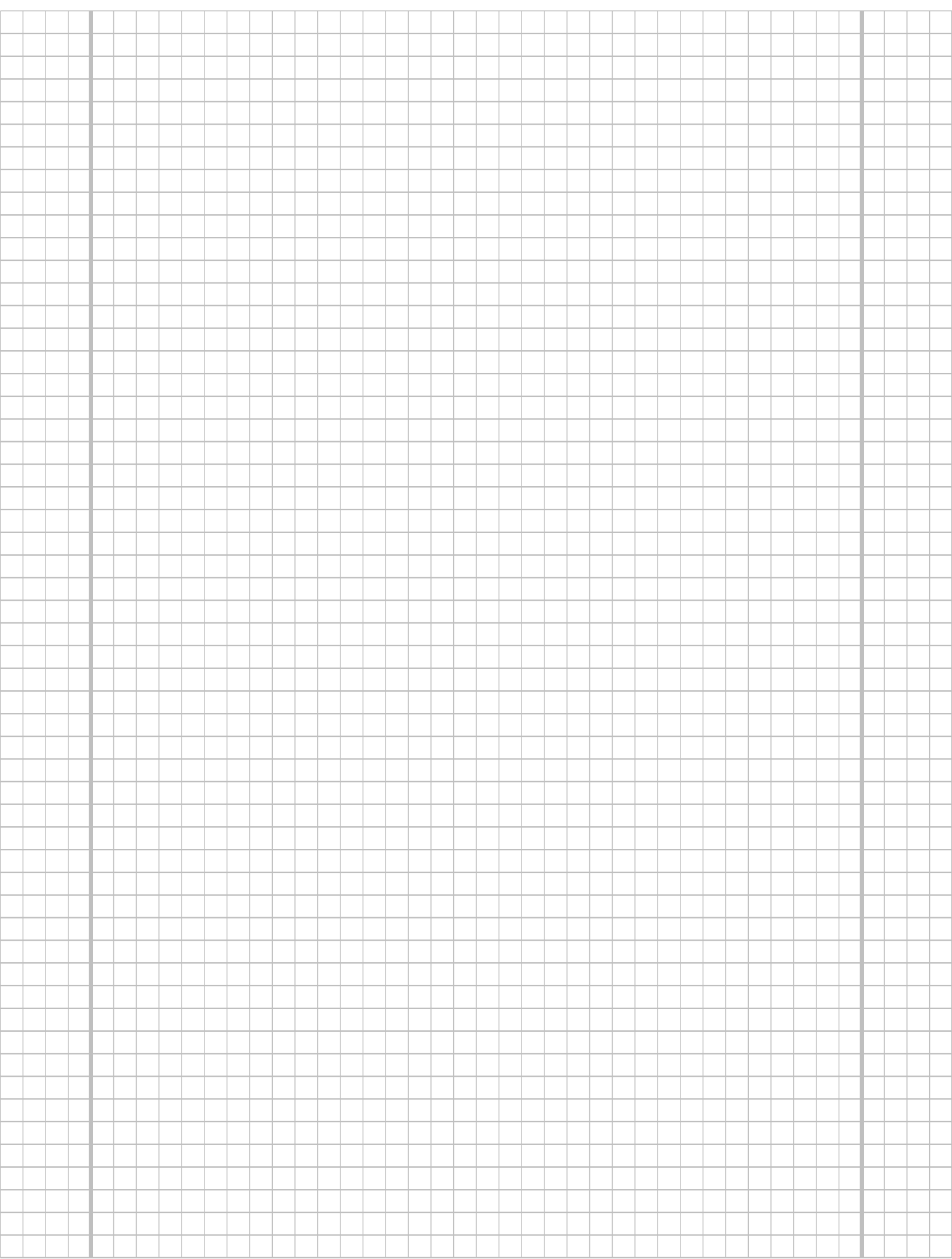
Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y) :

| $X \setminus Y$ | 1 | 2 | 3 | $p_{i\cdot}$ |
|-----------------|------|------|------|--------------|
| -4 | 0.1 | 0.14 | 0.06 | |
| 0 | 0.08 | 0.08 | 0.04 | |
| 2 | 0.12 | 0.18 | 0.2 | |
| $p_{\cdot j}$ | | | | |

- (a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.
- (b) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Y unter der Bedingung $X = x_i$ für alle $x_i \in T(X)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.
- (c) Berechnen Sie $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$, $\text{Cov}(X, Y)$ sowie $\text{Korr}(X, Y)$.
- (d) Sind X und Y stochastisch unabhängig?
- (e) Berechnen Sie $E(5X - 2Y)$ sowie $\text{Var}(5X - 2Y)$.







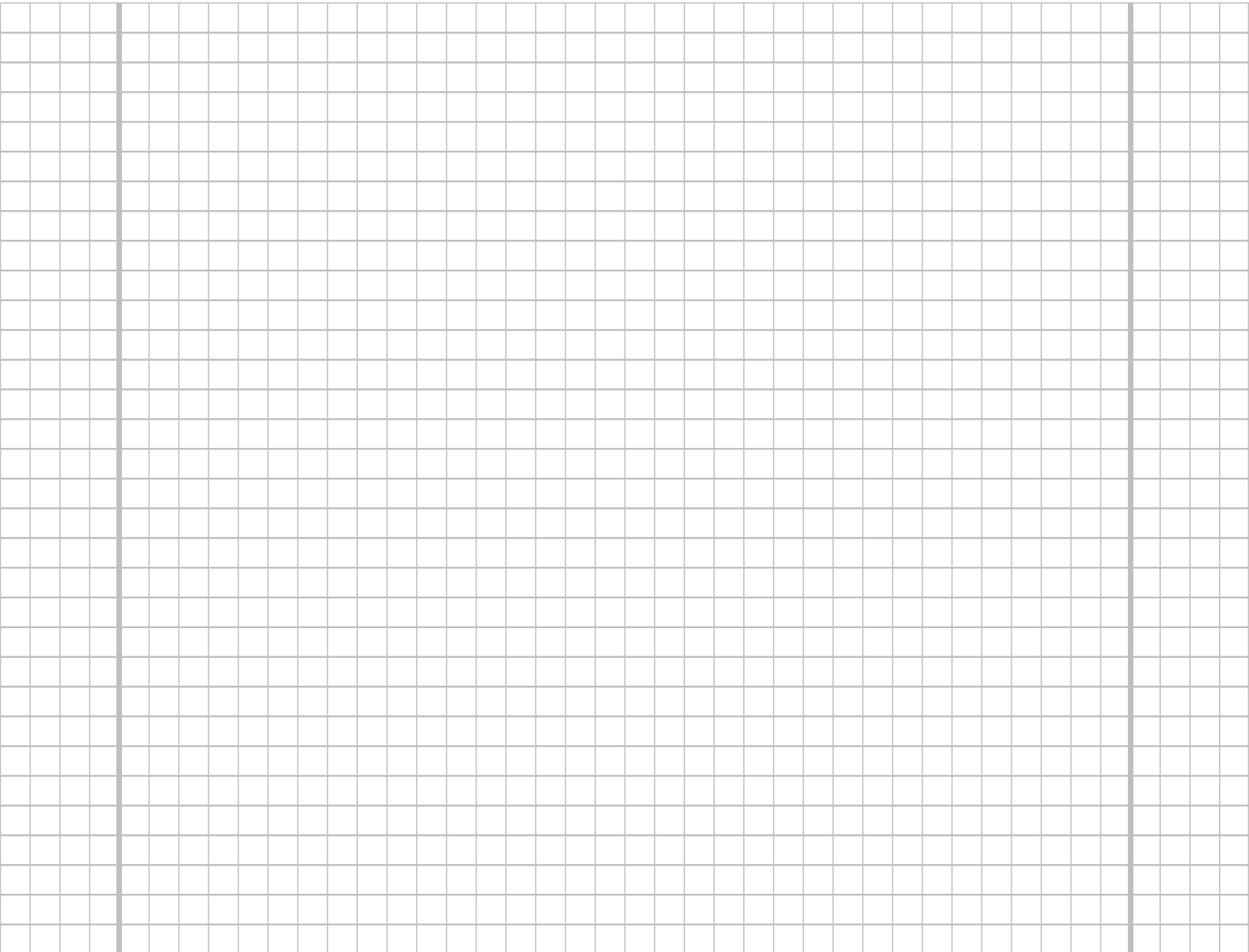


Aufgabe 9 (2 + 4 + 3 = 9 Punkte)

Ein Holzschnitzer stellt Weihnachtsfiguren als Unikate in Handarbeit her. Aus langjähriger Erfahrung weiß er, dass er pro Figur im Mittel 2 Stunden bei einer Standardabweichung von 0.3 Stunden benötigt. Man kann davon ausgehen, dass die einzelnen Herstellungszeiten nicht gegenseitig voneinander abhängen. In einem bestimmten Jahr nimmt der Schnitzer vor Weihnachten Bestellungen über insgesamt 64 Figuren an.

- (a) Geben Sie die den Erwartungswert sowie die Standardabweichung der gesamten Herstellungszeit (für alle 64 Figuren) an.
- (b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Schnitzer insgesamt zwischen 124 und 134 Stunden zur Herstellung aller Figuren benötigt.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.95-Quantil für die gesamte Herstellungszeit (für alle 64 Figuren) zu bestimmen.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 28!





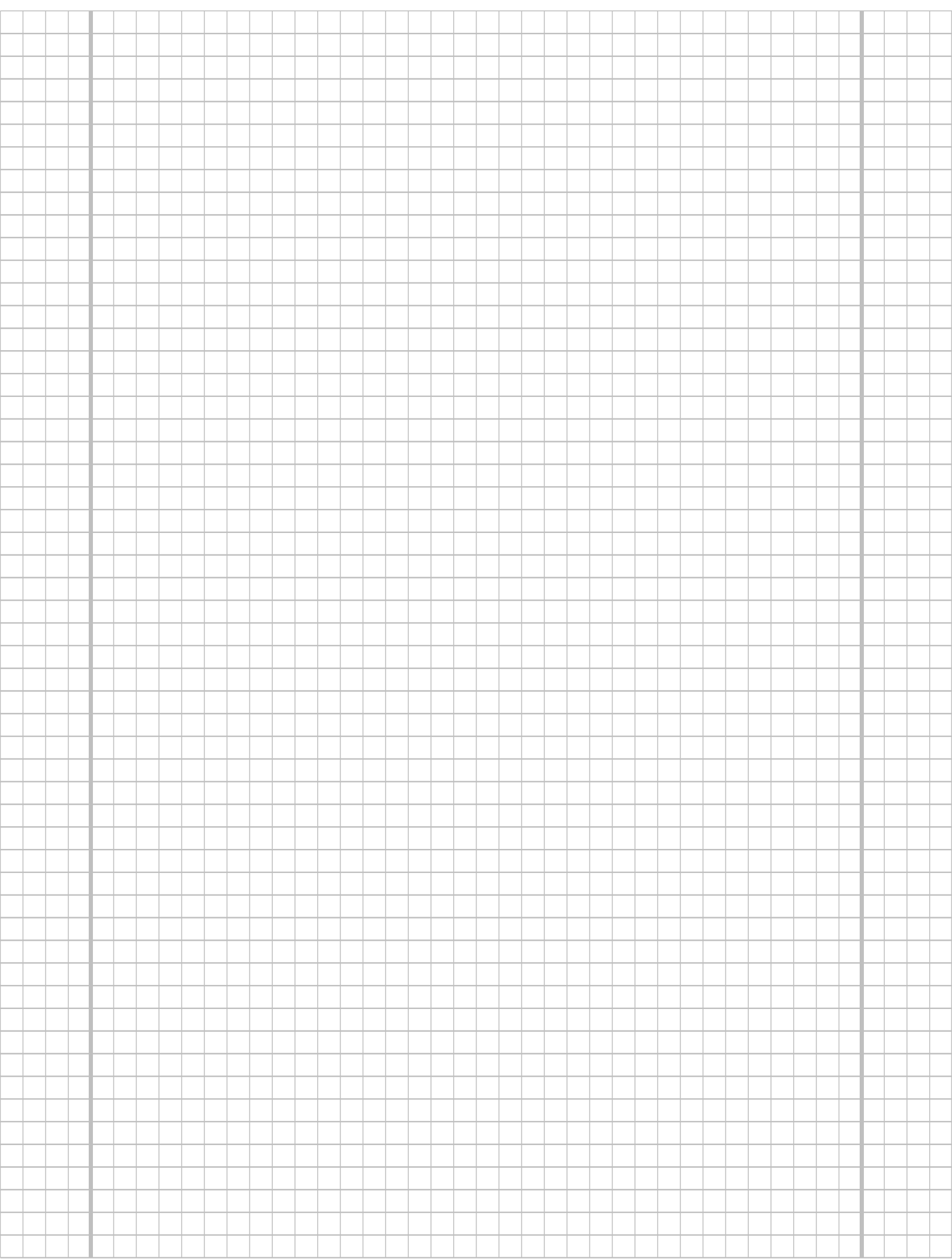




Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

| | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |