

**WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES
PRÜFUNGSSEKRETARIAT**

FAKULTÄT FÜR EMPIRISCHE HUMANWISSENSCHAFTEN UND WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFT
DER UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Von der/dem Studierenden auszufüllen (Bitte leserlich und in Blockschrift):

Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Name der Prüfung: _____

**Semester, dem die
Prüfung zugeordnet ist:**

WS 2017/18

(z. B. WS 2015/2016, SS 2016)

(Prüfungen im Februar/April = WS; Prüfungen im August/Okttober = SS)

**Nachname, Vorname
der/des Studierenden:** _____

**Matrikelnummer der/des
Studierenden:** _____

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass mir die für diese Prüfung relevanten Zulassungsvoraussetzungen aus der für mich geltenden Prüfungsordnung bekannt sind.

Mir ist damit bewusst, dass diese Prüfungsleistung als nicht abgelegt zählt, wenn die hierfür vorgesehenen Zulassungsvoraussetzungen nicht erfüllt sind.

Mir ist bekannt, dass die Teilnahme an der Prüfung zudem die ordnungsgemäße Anmeldung zur Prüfung voraussetzt. Die Teilnahme bei versäumter Anmeldung hat die Ungültigkeit der Prüfung zur Folge.

Zudem ist mir bekannt, dass eine nicht bestandene Prüfung zweimal wiederholt werden kann. Die Wiederholung einer bestandenen Prüfung ist nicht zulässig.

Datum: _____

Unterschrift der/des Studierenden: _____

Von der Prüferin/Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte	Bemerkungen
1+2		28	
3		15	
4		18	
5		5	
6		8	
7		17	
8		5	
9		15	
10		9	
Summe		120	

bestanden

Note: _____

nicht bestanden

Unterschrift der Prüferin/des Prüfers: _____

KLAUSURHEFT ZUR
 BACHELOR-PRÜFUNG
 DESKRIPTIVE STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG
 WINTERSEMESTER 2017/18

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 15 + 18 + 5 + 8 + 17 + 5 + 15 + 9) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbstgestellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbstgestellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf diesen Blättern berücksichtigt.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben						
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	Σ
1		■	■	■	■	
2		■	■	■	■	
3						
4						
5				■	■	
6				■	■	
7					■	
8			■	■	■	
9					■	
10				■	■	
Σ						

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

- | | wahr | falsch |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Stetige Merkmale sind stets kardinalskaliert. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Empirische Verteilungsfunktionen F sind stets streng monoton wachsende Funktionen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Die jährlichen Inflationsraten in Deutschland betragen in den Jahren 2014–2017 im Einzelnen 0.9%, 0.3%, 0.5% und 1.8%. Damit beträgt die durchschnittliche jährliche Inflationsrate in diesem Zeitraum (gerundet) 0.875%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Die Wahrscheinlichkeit, mit einem fairen (6-seitigen) Würfel dreimal nacheinander keine 6 zu würfeln, beträgt weniger als 60%. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Wenn Sie bei der Bearbeitung von Aufgabe 2 dieser Klausur (Vier MC-Teilaufgaben mit jeweils vier Antwortmöglichkeiten) jeweils genau eine der vier möglichen Antworten ankreuzen, haben Sie insgesamt 256 Bearbeitungsmöglichkeiten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Es seien (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum, $A, B \in \mathcal{F}$ zwei Ereignisse mit $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ sowie $P(A) = P(A B)$. Dann gilt auch $P(B) = P(B A)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Es sei f_X eine Dichtefunktion zu einer stetigen Zufallsvariablen X . Dann gilt stets: | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$$

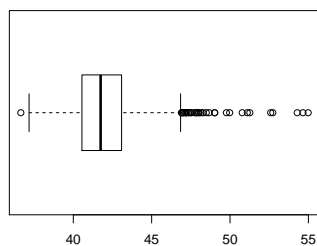
- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 8. Die Zufallsvariablen X , Y und Z seien stochastisch unabhängig, ferner gelte $X \sim B(10, 0.2)$, $Y \sim B(15, 0.2)$ und $Z \sim B(25, 0.2)$. Dann ist die Summe $S := X + Y + Z$ ebenfalls binomialverteilt, es gilt genauer $S \sim B(50, 0.2)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|---|--------------------------|--------------------------|

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.

Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Kreuzen Sie an, auf welche Merkmalseigenschaften der folgende Box-Plot *am ehesten* hindeutet:



- (a) leptokurtisch und rechtssteil
- (b) leptokurtisch und linkssteil
- (c) platykurtisch und rechtssteil
- (d) platykurtisch und linkssteil

2. Die Wahrscheinlichkeit, durch eine rein zufällige Aneinanderreihung der Buchstaben E,K,K,O,R,R,R,T und U das Wort „KORREKTUR“ zu erhalten, beträgt:

- (a) $\frac{1! + 2! + 1! + 3! + 1! + 1!}{9!}$
- (b) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1}$
- (c) $\frac{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!}{9!}$
- (d) $\frac{1}{9!}$

3. Das Merkmal X des zweidimensionalen Merkmals (X, Y) sei ordinalskaliert, das Merkmal Y kardinalskaliert. Damit ist die Berechnung folgender Abhängigkeitsmaße zwischen X und Y immer möglich:

- (a) Pearsonscher Korrelationskoeffizient und korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient
- (b) Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient und korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient
- (c) Nur Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient
- (d) Nur korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient

4. Der zweidimensionale diskrete Zufallsvektor (X, Y) besitze 8 Trägerpunkte, die alle auf einer Geraden mit Steigung 0.1 liegen. Dann gilt:

(a) $\text{Korr}(X, Y) = -0.1$

(b) $\text{Korr}(X, Y) = 0.1$

(c) $\text{Korr}(X, Y) = 0.8$

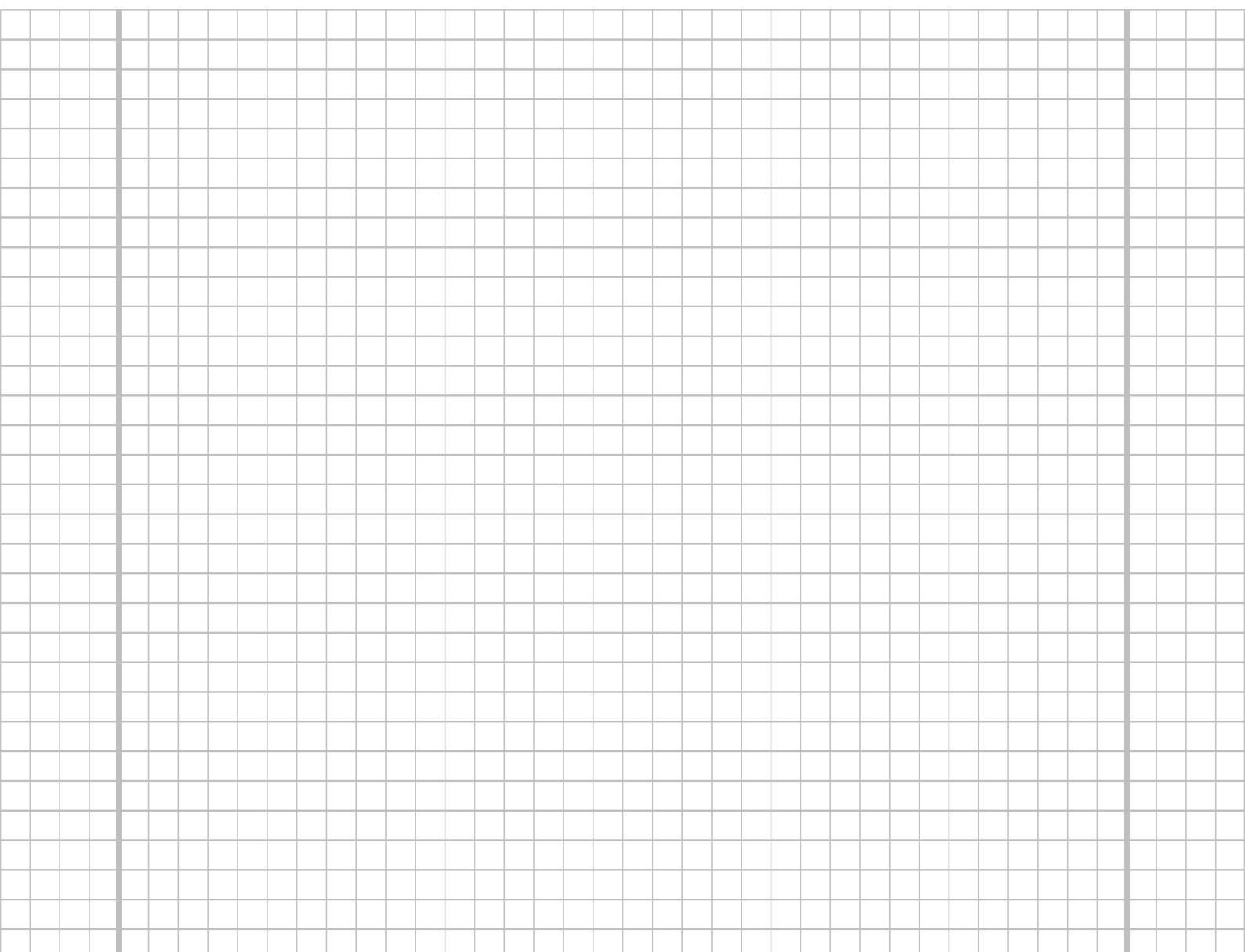
(d) $\text{Korr}(X, Y) = 1$

Aufgabe 3 (3 + 3 + 1 + 5 + 3 = 15 Punkte)

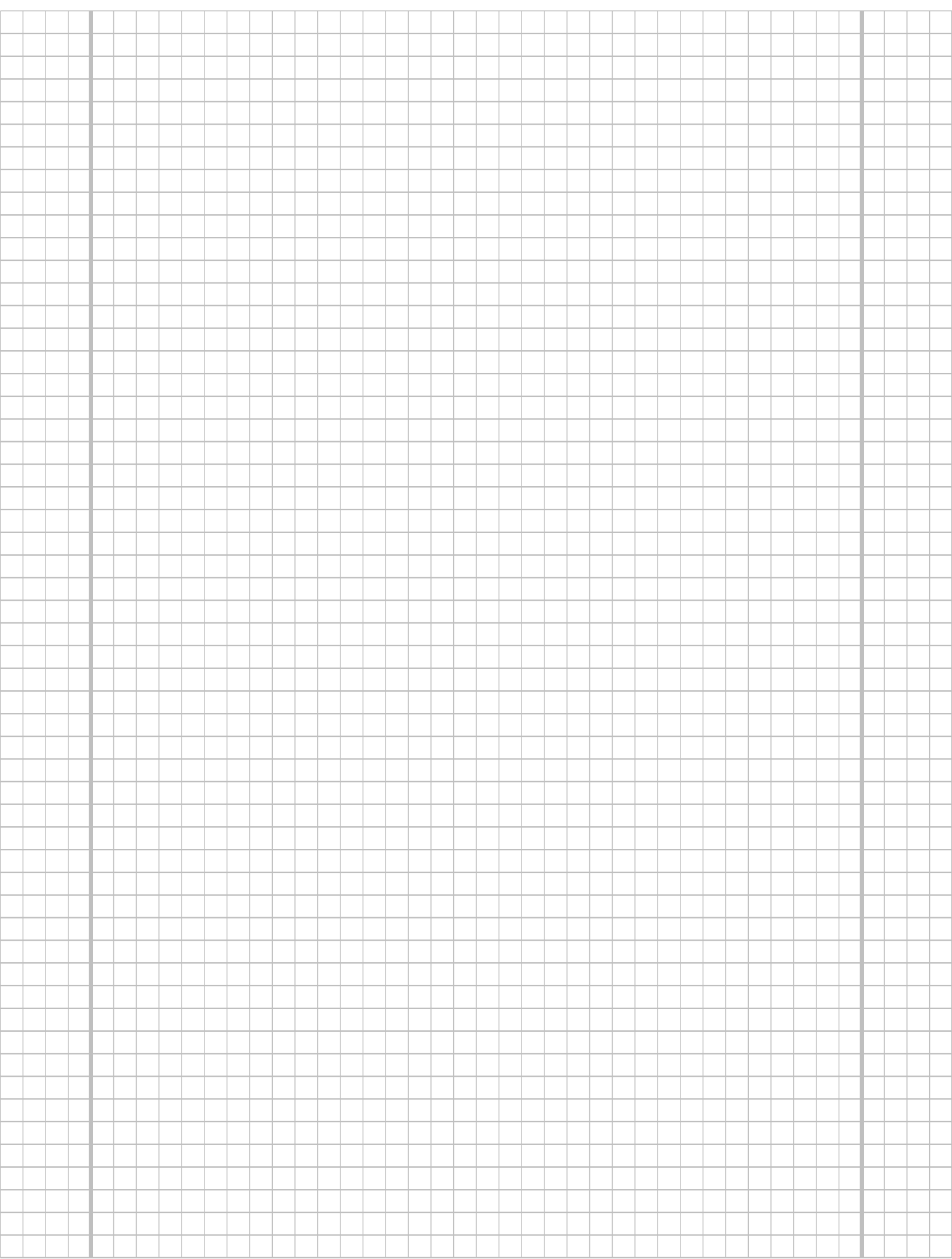
Bei einer Umfrage wurden 25 Personen befragt, wie viele Smartphones sie in den vergangenen fünf Jahren gekauft haben (Merkmal X). Das Ergebnis der Umfrage ist die folgende (bereits aufsteigend sortierte) Urliste zu X :

0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4

- (a) Erstellen Sie eine Tabelle mit den absoluten und relativen Häufigkeiten.
- (b) Stellen Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion auf.
- (c) Wie groß ist der Anteil der Personen in der Umfrage, die mindestens 3 Smartphones in den vergangenen fünf Jahren gekauft haben?
- (d) Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die empirische Varianz des Merkmals X .
- (e) Bestimmen Sie ein unteres Quartil, ein oberes Quartil und den zugehörigen Interquartilsabstand des Merkmals X .



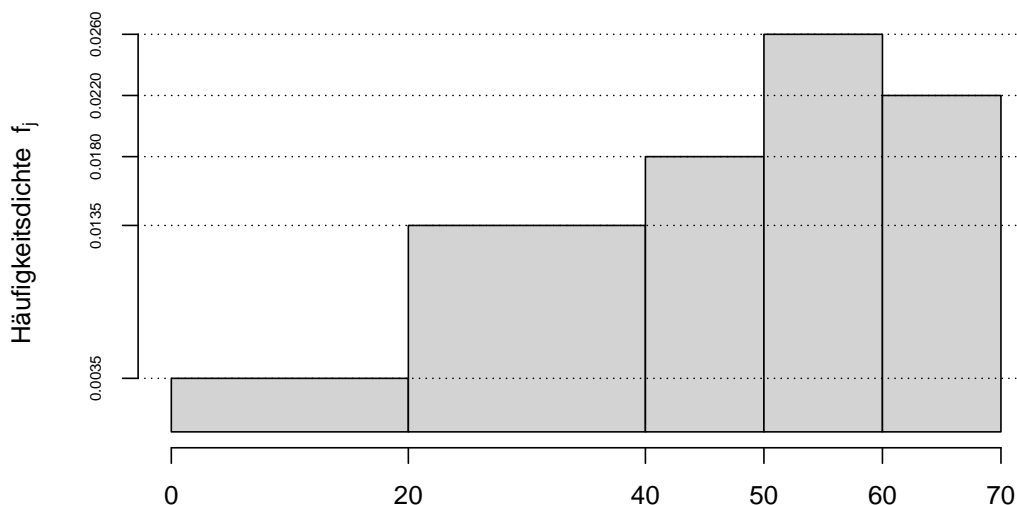




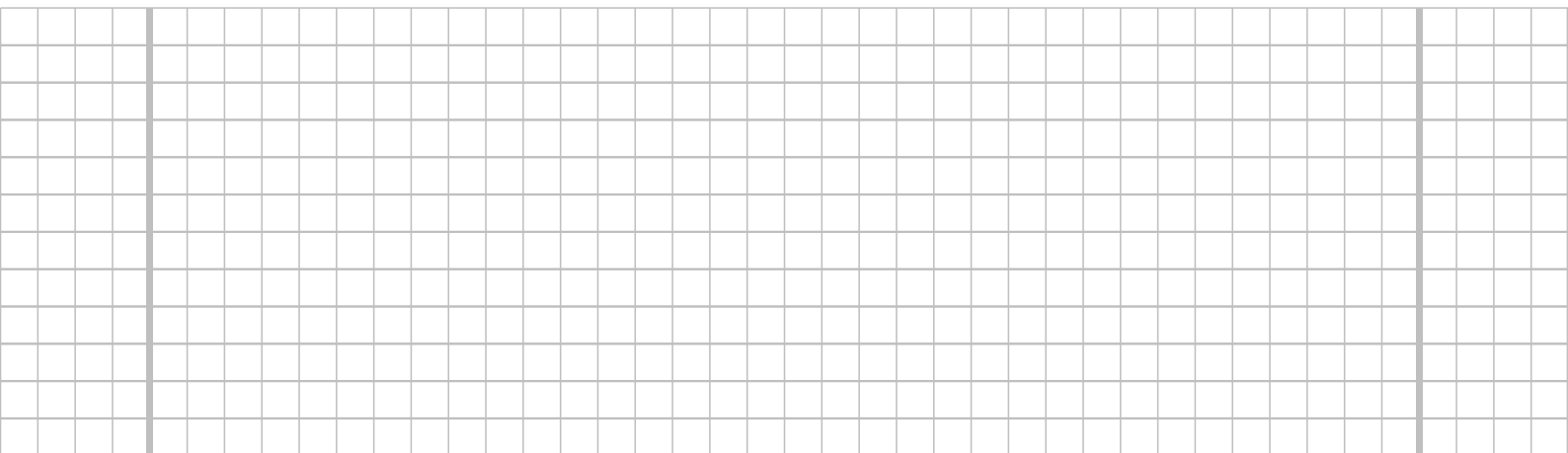


Aufgabe 4 (7 + 4 + 3 + 2 + 2 = 18 Punkte)

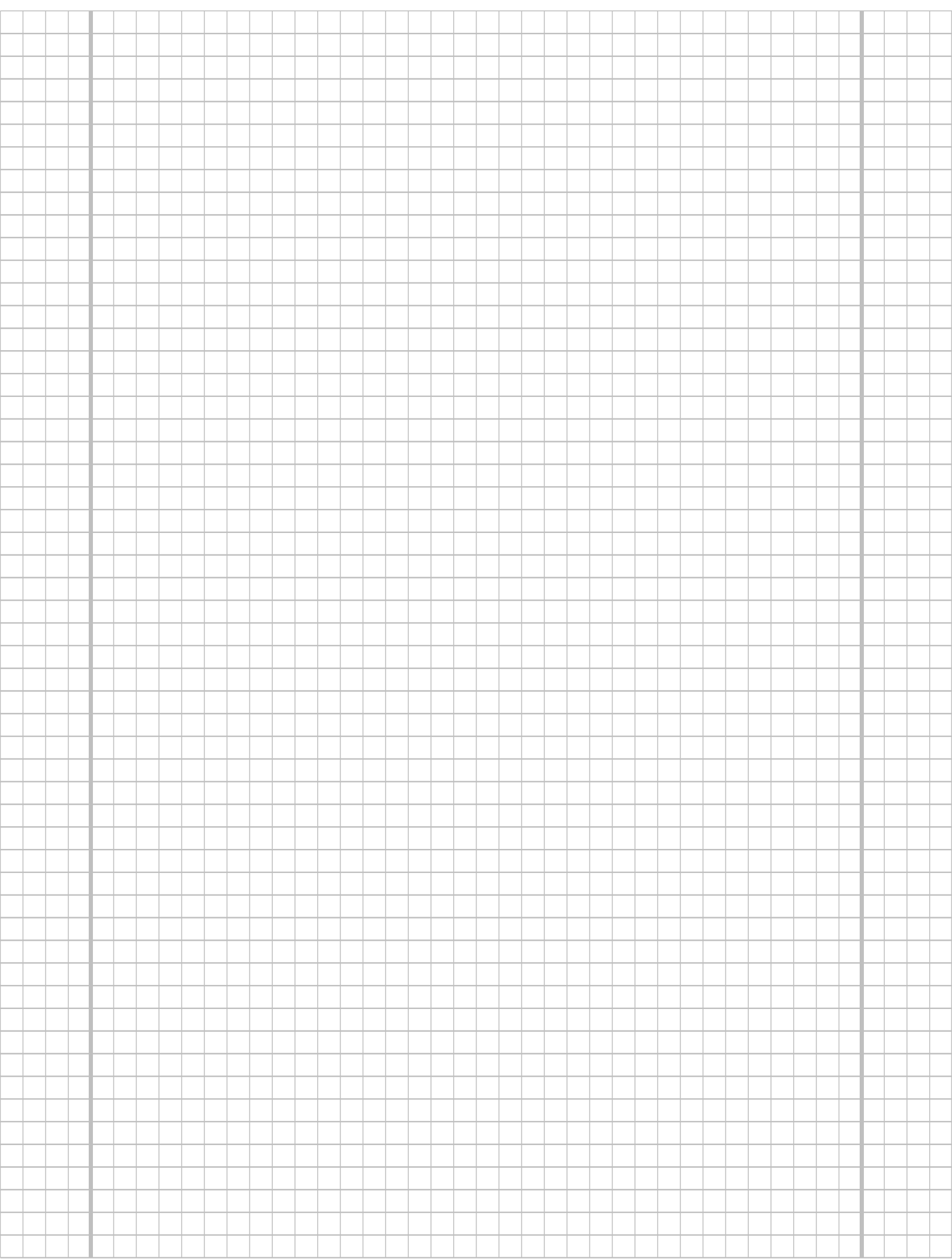
Gegeben sei das folgende Histogramm zur Klassierung einer Urliste der Länge $n = 100$:



- Rekonstruieren Sie die Klassierung der Daten aus dem Histogramm. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.
- Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.
- Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 45.687?
- Welche Näherung für die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 30 und 50 können Sie unter Verwendung der approximativen Verteilungsfunktion für die klassierten Daten berechnen?
- Bestimmen Sie näherungsweise unter Verwendung der approximativen Verteilungsfunktion für die klassierten Daten das untere Quartil.





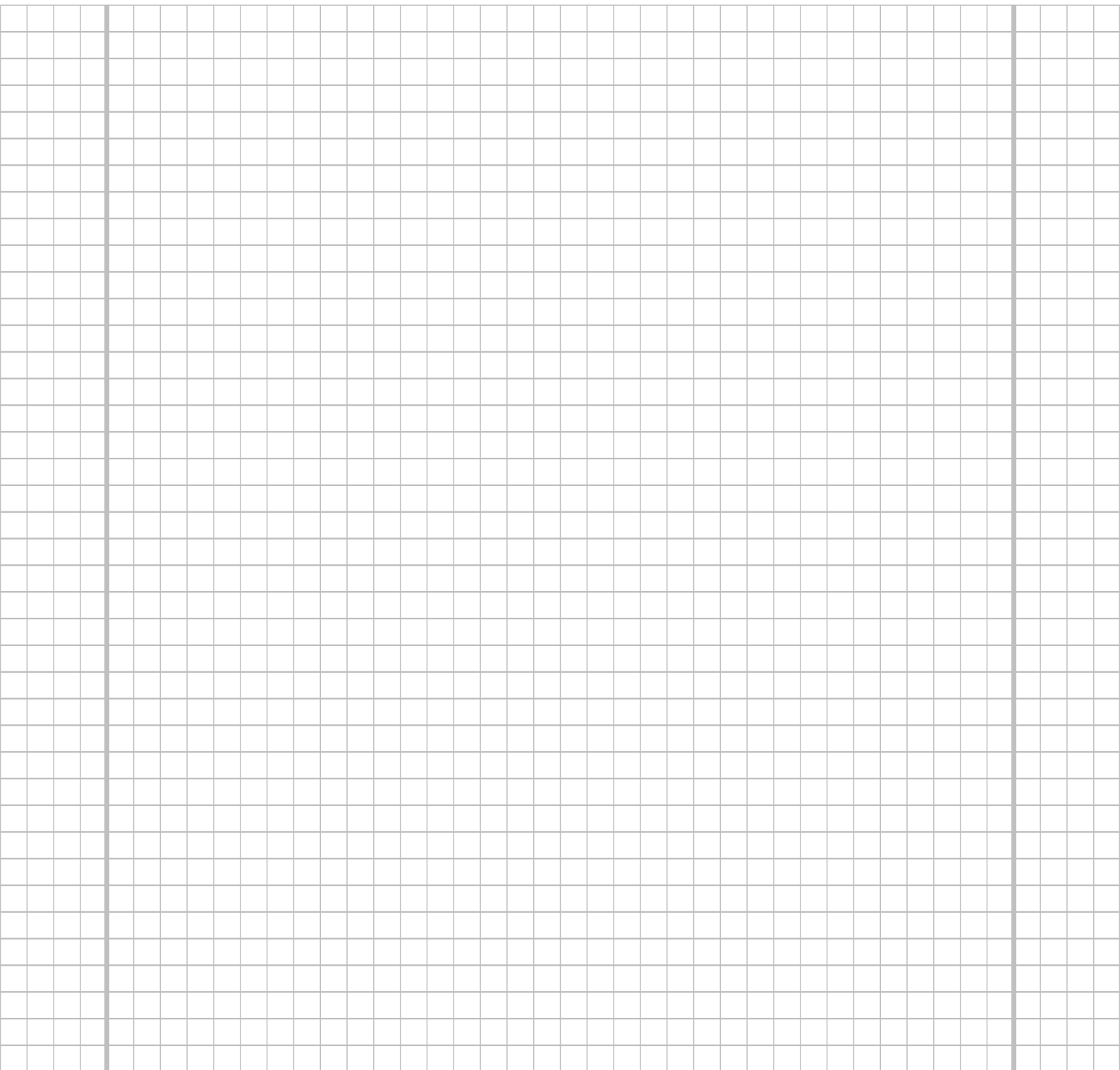




Aufgabe 5 (1 + 2 + 2 = 5 Punkte)

Eine Urne enthält 30 gleichartige Kugeln, von denen 3 lila und gepunktet, 6 orange und gepunktet, 12 lila und ungemustert sowie 9 orange und ungemustert sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- (a) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel orange und gepunktet ist?
- (b) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel lila ist?
- (c) eine rein zufällig aus der Urne entnommene Kugel ungemustert ist, wenn man weiß, dass sie lila ist?

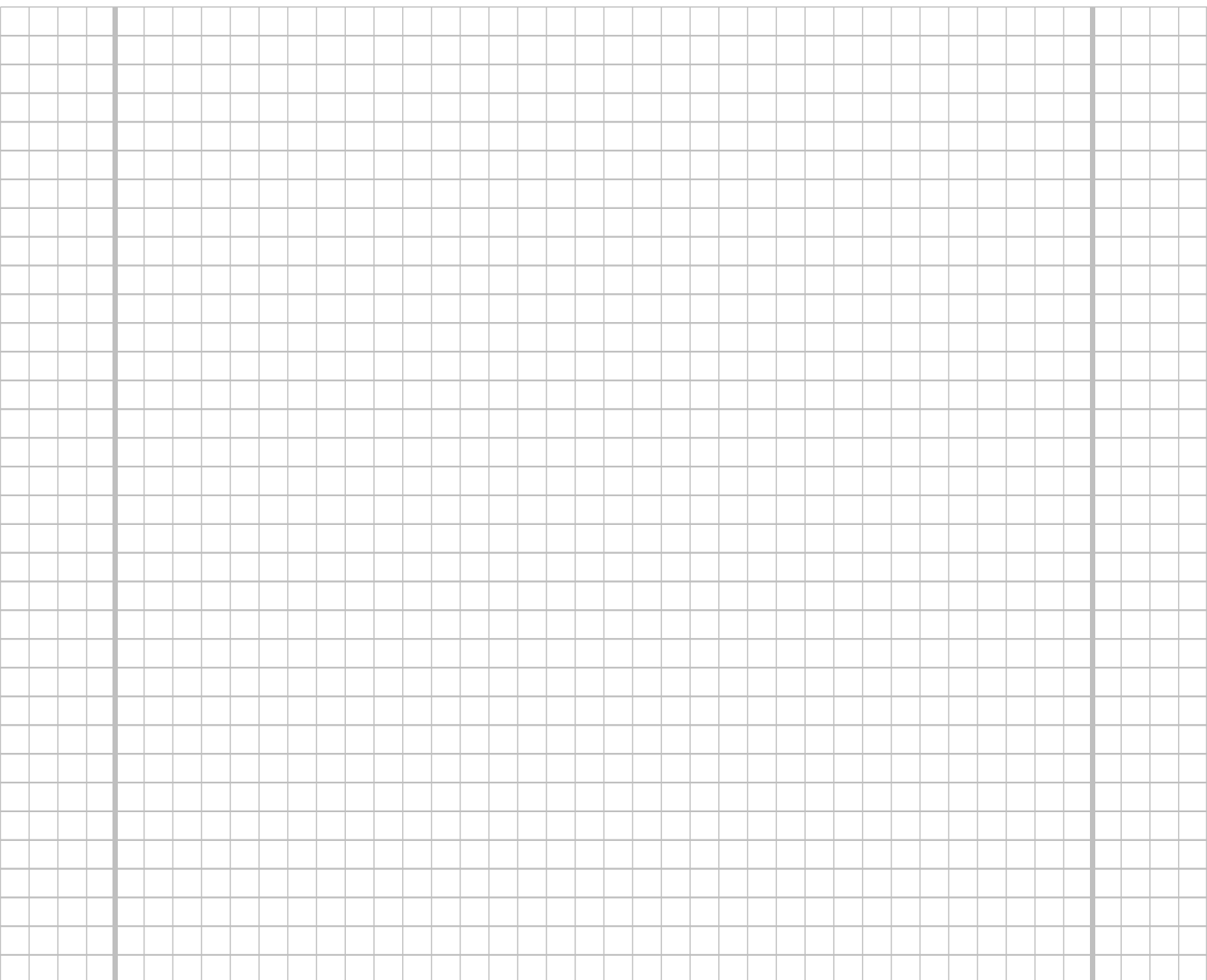




Aufgabe 6 (5 + 2 + 1 = 8 Punkte)

Bei einem Chip-Hersteller verteilt sich die Produktion eines bestimmten Mikrocontrollers auf insgesamt drei verschiedene Produktionslinien A, B und C. Dabei werden im Mittel 15% der Chips auf Linie A, 40% der Chips auf Linie B und 45% der Chips auf Linie C hergestellt. Aus den Ergebnissen der Qualitätssicherung ist bekannt, dass 98% der Chips aus Linie A, 98.5% der Chips aus Linie B und 99% der Chips aus Linie C nicht fehlerhaft sind.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Chip nicht fehlerhaft ist?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein fehlerhafter Chip auf der Linie C produziert wurde?
- (c) Sind die Ereignisse „Chip ist fehlerhaft“ und „Chip wurde auf Linie C produziert“ stochastisch unabhängig?



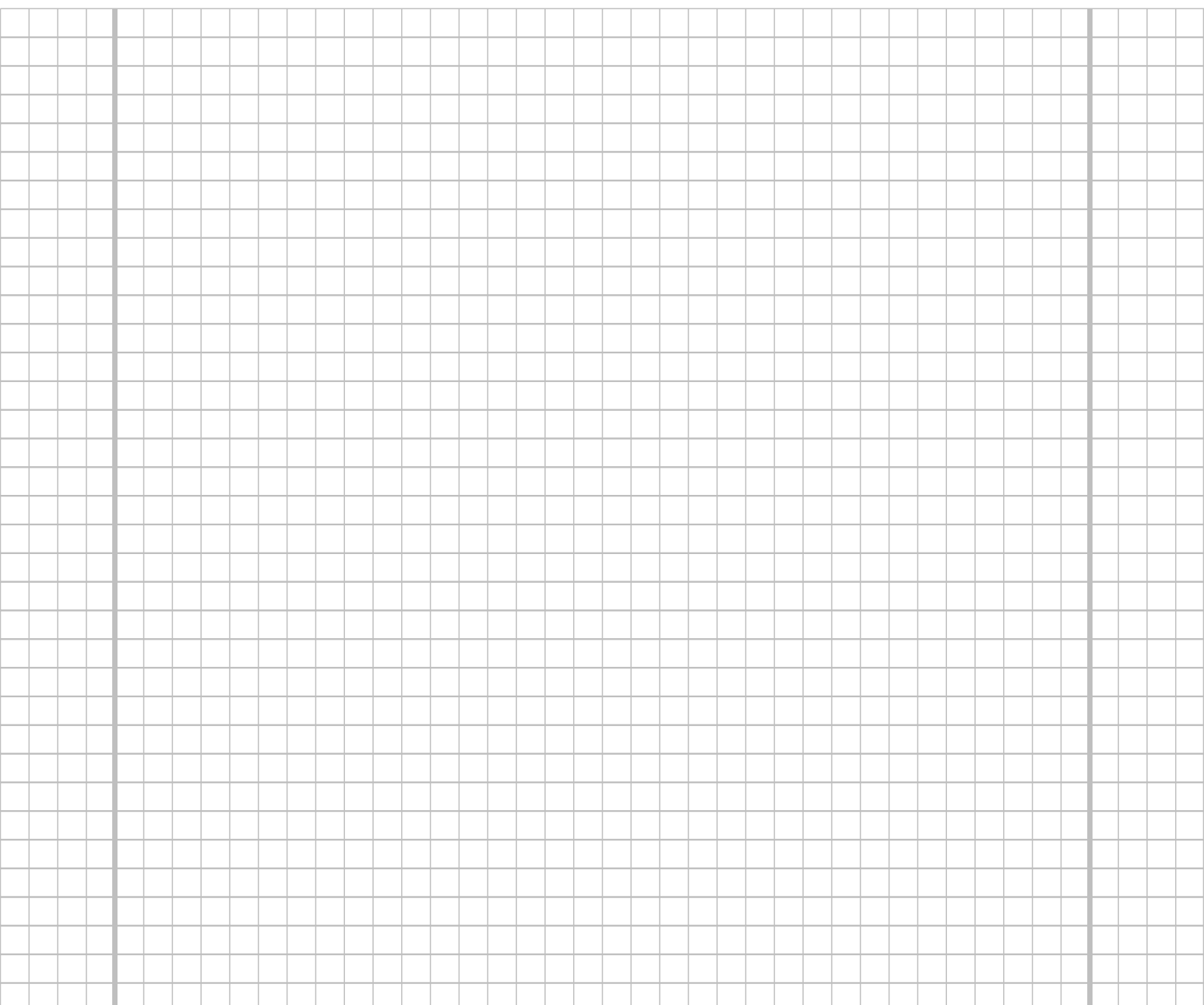


Aufgabe 7 (5 + 2 + 6 + 4 = 17 Punkte)

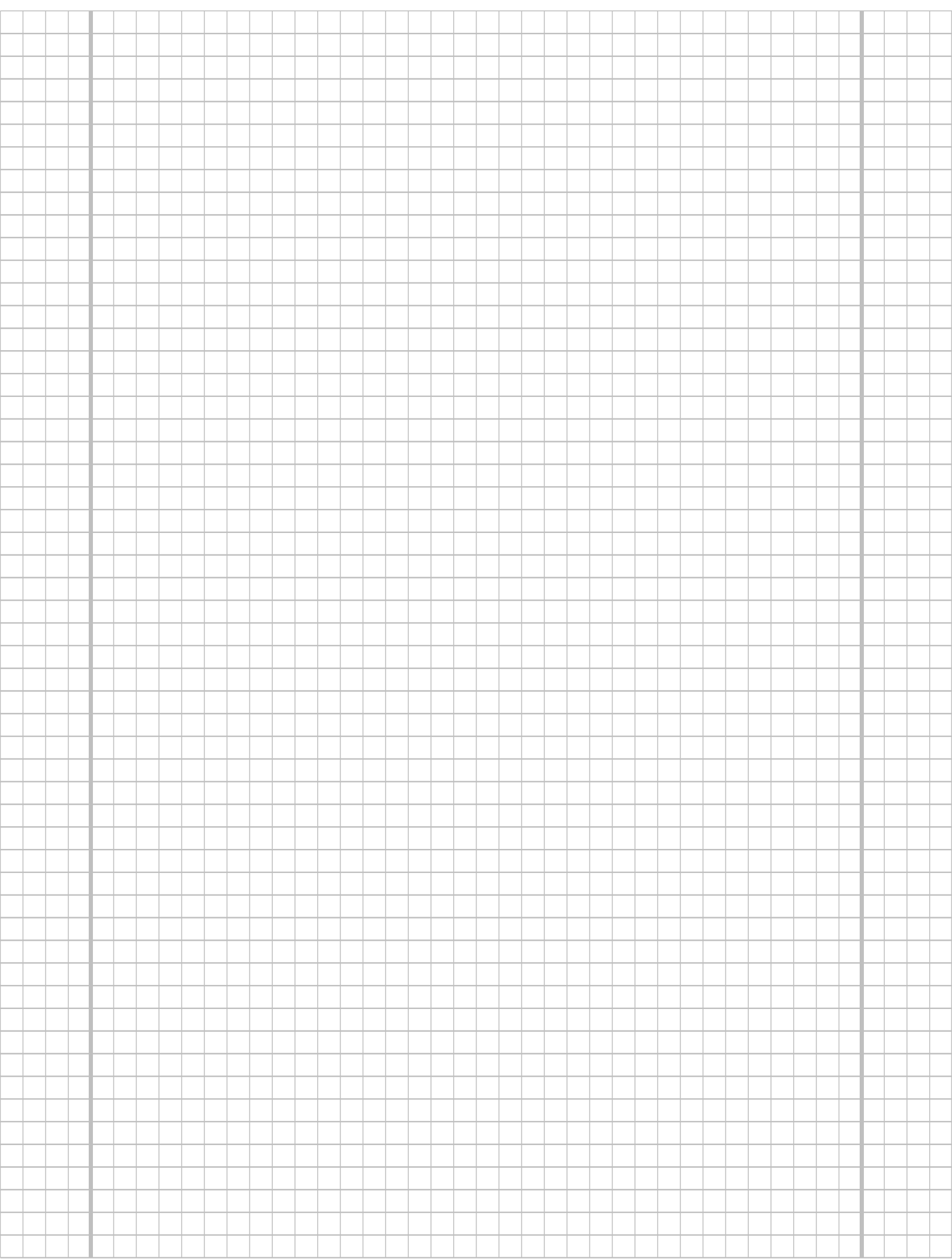
Die Verteilung einer stetigen Zufallsvariablen X sei durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & \text{für } -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \\ -4x + 4 & \text{für } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X .
- (b) Berechnen Sie $P(\{X < 0\})$ und $P(\{0 \leq X \leq \frac{3}{4}\})$.
- (c) Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$.
- (d) Bestimmen Sie das obere Quartil von X .





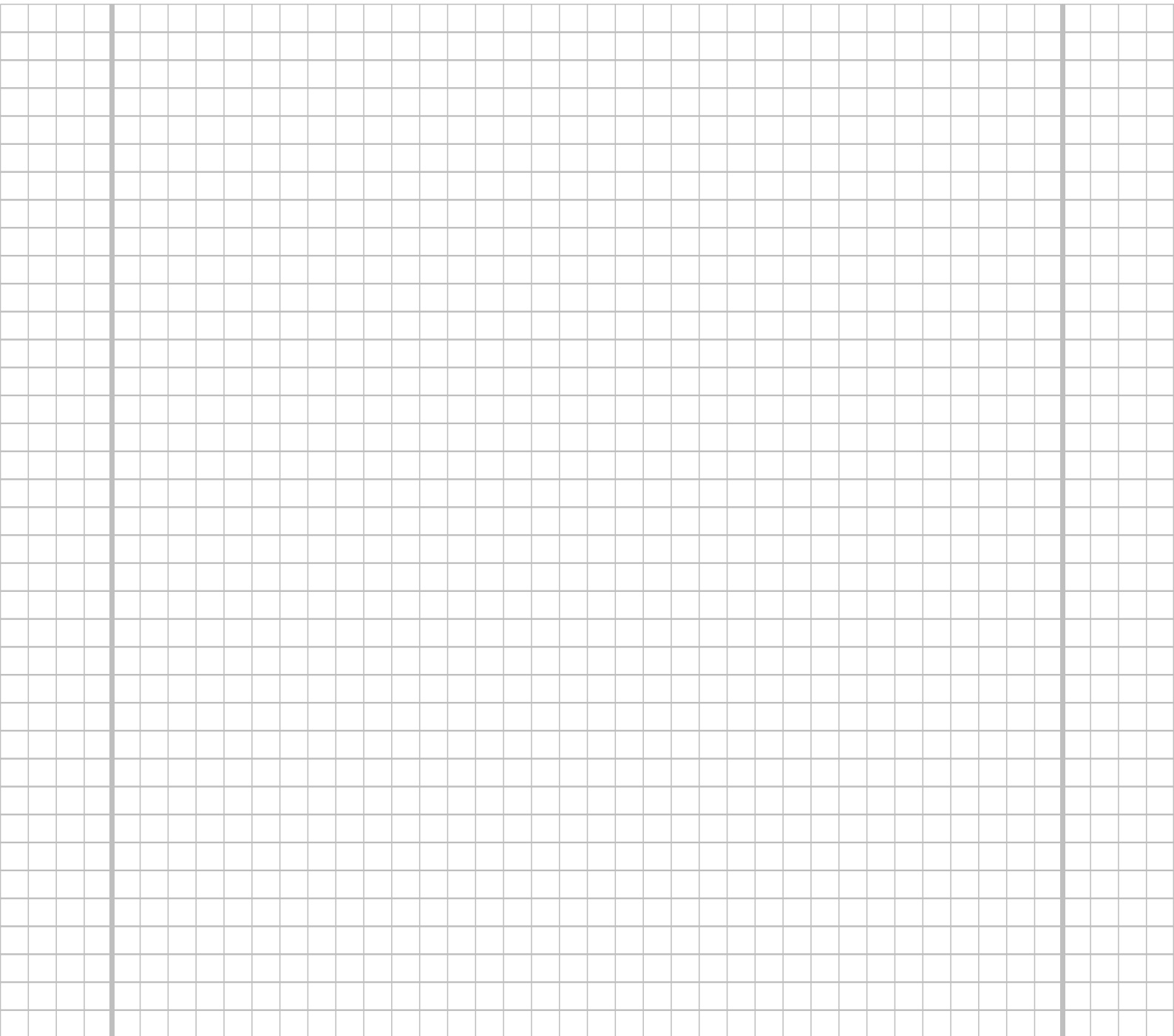




Aufgabe 8 (2 + 3 = 5 Punkte)

Als Hausaufgabe im Fach Chemie waren die Atommassen von 12 Elementen des Periodensystems auswendig zu lernen. Der Schüler Carl Clever hat 9 dieser Atommassen auswendig gelernt (die Chance, bei den anderen 3 Atommassen durch Raten eine richtige Antwort zu geben, sei gleich Null). Der Lehrer überprüft, ob Carl die Hausaufgabe ordentlich erledigt hat, indem er 3 Mal rein zufällig und unabhängig voneinander eines der Elemente auswählt und die zugehörigen Atommassen abfragt. Kann Carl mindestens zu 2 dieser 3 Elemente die Atommassen korrekt angeben, so ist die Überprüfung bestanden.

- (a) Welche Verteilung besitzt die Anzahl der von Carl abgegebenen richtigen Antworten?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht Carl die Überprüfung?



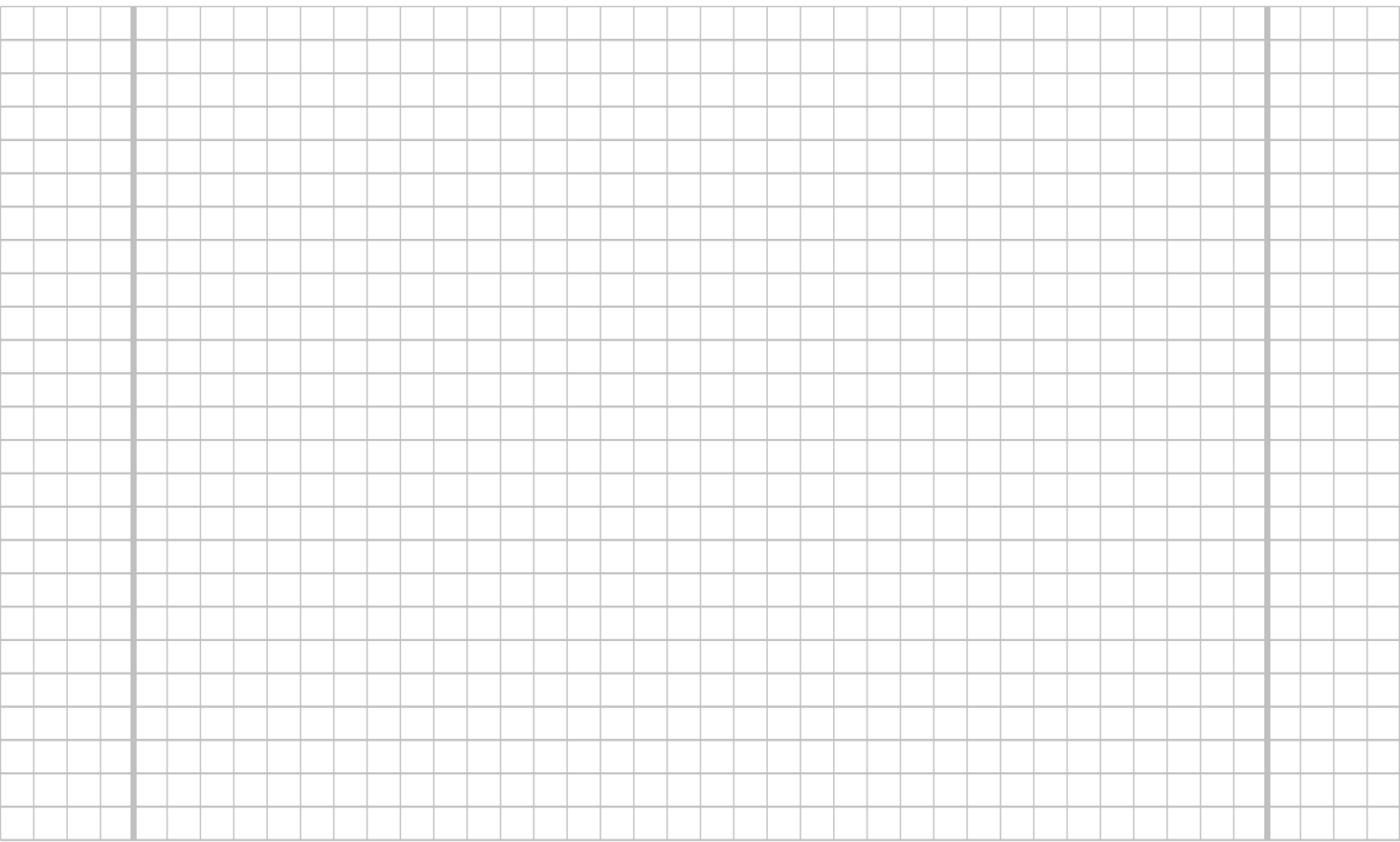


Aufgabe 9 (2 + 9 + 1 + 3 = 15 Punkte)

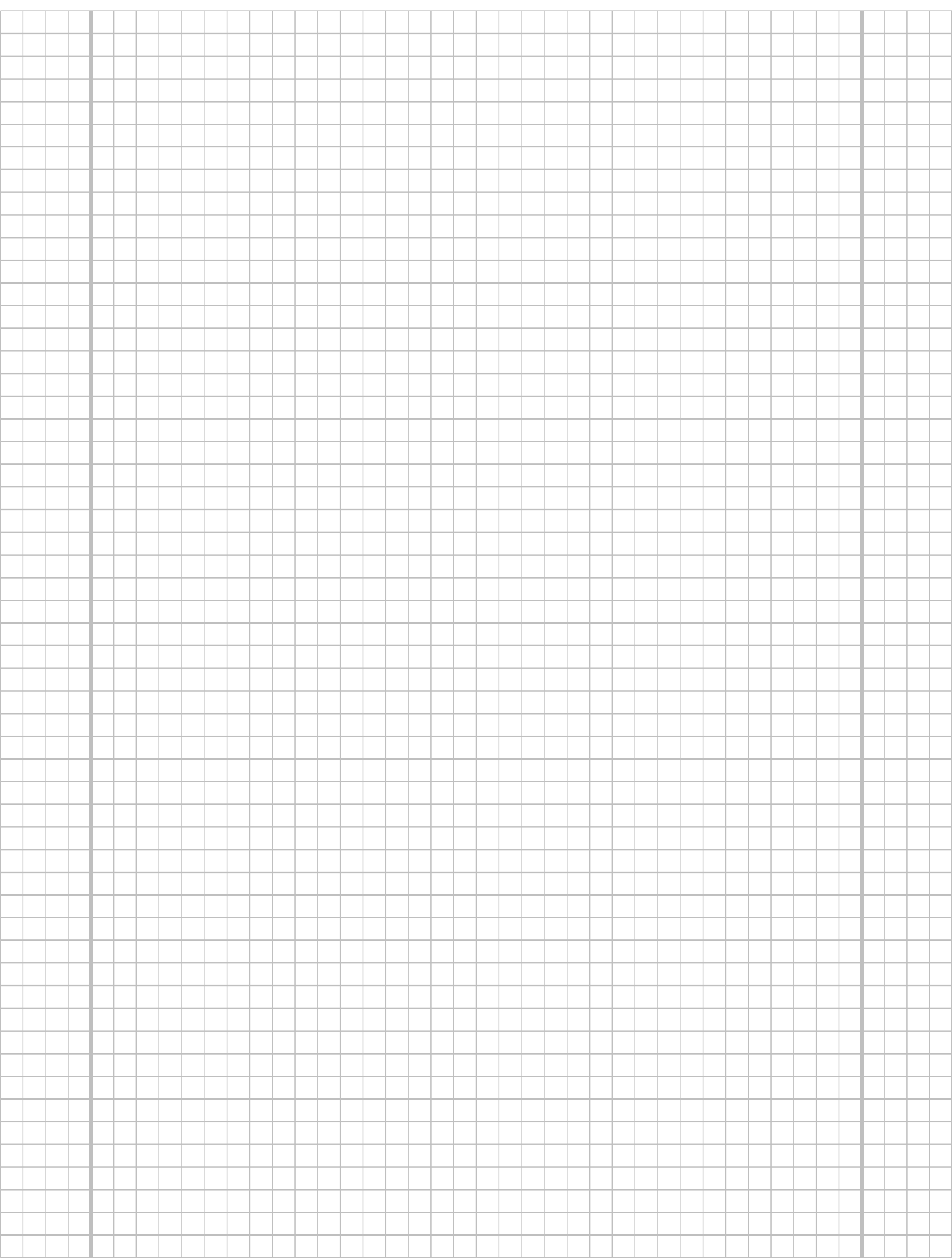
Gegeben sei die folgende Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einem zweidimensionalen diskreten Zufallsvektor (X, Y) :

$X \setminus Y$	-1	0	2	$p_{i\cdot}$
2	0.07	0.17	0.06	
4	0.13	0.28	0.09	
6	0.1	0.05	0.05	
$p_{\cdot j}$				

- (a) Ergänzen Sie die obige Tabelle (in den vorgesehenen Feldern) um ihre Randverteilungen.
- (b) Berechnen Sie $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$, $\text{Cov}(X, Y)$ sowie $\text{Korr}(X, Y)$.
- (c) Sind X und Y stochastisch unabhängig?
- (d) Berechnen Sie $E(4X - 5Y)$ sowie $\text{Var}(4X - 5Y)$.









Aufgabe 10 (2 + 4 + 3 = 9 Punkte)

Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{336} seien unabhängig identisch $B(1, 0.7)$ -verteilt. Die Summe der Zufallsvariablen X_i sei mit

$$Y := \sum_{i=1}^{336} X_i = X_1 + \dots + X_{336}$$

bezeichnet.

- (a) Geben Sie die (exakte) Verteilung von Y sowie deren Erwartungswert $E(Y)$ und Varianz $\text{Var}(Y)$ an.
- (b) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise zu bestimmen, mit welcher Wahrscheinlichkeit Y Werte zwischen 220 und 240 annimmt.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.9-Quantil von Y zu bestimmen.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bearbeitung von Aufgabenteil (b) und (c) die Tabelle zur Standardnormalverteilung auf Seite 28!





Tabelle zur Standardnormalverteilung

$$F_{N(0,1)}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998