Universität des Saarlandes
Lehrstab Statistik
PD Dr. Martin Becker

Einige Ergebnisse zum 5. Übungsblatt zur Vorlesung
Schließende Statistik WS 2020/21

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.

Aufgabe 16

(a) $N = 2.093 \in (-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test bestätigt also den Verdacht der Herstellerfirma, dass der von der Maschine abgefüllte Mittelwert vom Sollwert abweicht.

(b) 0.784

(c) $G(\mu) = \Phi\left(-1.96 - \frac{\mu-100}{2}\sqrt{25}\right) + 1 - \Phi\left(1.96 - \frac{\mu-100}{2}\sqrt{25}\right)$

Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art für $\mu = 100.5$: 0.7604

(d) Realisiertes symmetrisches Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $1-\alpha$: $[99.807, 101.867]$

Aufgabe 17

(a) Der rechtsseitige Gauß-Test für den Mittelwert bei bekannter Varianz.

(b) $G(39.7) = 0.0041$, $G(41.2) = 0.9909$.

(c) $\alpha(39.7) = 0.0041$, $\beta(41.2) = 0.0091$.

(d) $N = 0.367 \notin (1.645, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Annahme, dass der mittlere Verbrauch die Herstellerangaben erfüllt, nicht verwerfen.

Aufgabe 18

Für den Erwartungswert μ einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz $\sigma^2 = 1$ soll ein Gauß-Test von $H_0 : \mu \leq 0.10$ gegen $H_1 : \mu > 0.10$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ mit einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 100$ durchgeführt werden. Weiterhin sei $G(\mu)$ die zugehörige Gütefunktion.

Bewerten Sie den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen:

		wahr	falsch
1.	Wenn für den Erwartungswert μ tatsächlich $\mu = 0.10$ gilt, dann verringert man die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art, indem man den Stichprobenumfang auf $n = 400$ erhöht.	☐	■
2.	Wenn der Erwartungswert μ tatsächlich 0.11 beträgt, dann begeht man mit der Annahme der Nullhypothese $H_0 : \mu \leq 0.10$ einen Fehler 2. Art.	■	☐
3.	Die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art ist für den obigen Test unabhängig vom Stichprobenumfang n.	☐	■
4.	Für die Gütefunktion $G(\mu)$ gilt: $G(\mu) \leq \alpha$ für alle $\mu \leq 0.10$.	■	☐
5.	Wird die Nullhypothese auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ angenommen, dann wird sie auch auf einem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ angenommen.	■	☐
6.	Die Summe der Wahrscheinlichkeiten für den Fehler 1. Art und 2. Art ergibt immer 1.	☐	■
7.	Das Signifikanzniveau stellt die maximale Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art dar.	■	☐
8.	Für die Wahrscheinlichkeit $\beta(\mu)$ des Fehlers 2. Art gilt: $\beta(\mu) = 1 - G(\mu)$ für alle $\mu > 0.10$.	■	☐
9.	$G(\mu)$ ist monoton fallend auf $\mathbb{R}$.	☐	■