

10. Übungsblatt zur Vorlesung
 Schließende Statistik WS 2017/18

Aufgabe 37

Ein Marktforschungsinstitut untersucht, ob sich der Fernsehkonsum durch die Anschaffung von DVD-Rekordern verändert. Eine Befragung von 11 zufällig ausgewählten Personen ergibt die folgende Anzahl von Minuten, die pro Tag im Durchschnitt vor dem Fernseher verbracht werden.

Testperson i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
vor Anschaffung x_i^A	100	160	40	100	140	60	100	200	100	130	170
nach Anschaffung x_i^B	120	180	40	80	120	76	140	260	100	110	140

Testen Sie unter der Voraussetzung, dass die Daten Realisationen einer einfachen Stichprobe aus einer zweidimensional normalverteilten Grundgesamtheit (Y^A, Y^B) sind, mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die Anschaffung von DVD-Rekordern eine Veränderung des Fernsehkonsums bewirkt.

Aufgabe 38

Zwei Messgeräte A und B sind zufälligen normalverteilten Messfehlern ausgesetzt. Die Varianz dieser Messfehler wird vom Hersteller durch $\sigma_A^2 = 0.02^2$ und $\sigma_B^2 = 0.03^2$ angegeben. Um die Justierung der beiden Messgeräte zu überprüfen, wird mit beiden Messgeräten unabhängig voneinander mehrfach (wiederum jeweils unabhängig voneinander) eine Referenzgröße mit dem folgenden Ergebnis gemessen:

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gerät A	0.987	1.004	0.983	1.032	1.007	0.984	1.01	1.015	1.012	0.994
Gerät B	1.07	1.037	1.006	0.959	1.059	1.024	1.025	1.053	1.05	1.043

Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$, ob die Erwartungswerte der Messwerte für die beiden Geräte voneinander abweichen. (Geben Sie auch den zugehörigen p -Wert an!)

Aufgabe 39

In der folgenden Tabelle sind Renten (in €) von 8 ehemaligen Arbeitern (x_i^A) und 9 ehemaligen Angestellten (x_i^B) angegeben:

Arbeiter x_i^A	580	600	650	750	830	900	1100	1450	
Angestellter x_i^B	600	700	800	850	970	1150	1300	1650	2200

Aus den Daten erhielt man die Mittelwerte $\bar{x}^A = 857.5$ bzw. $\bar{x}^B = 1135.56$ und die Stichprobenvarianzen $s_{Y^A}^2 = 87192.86$ bzw. $s_{Y^B}^2 = 265377.78$. Es werde angenommen, dass $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$ -verteilt und $Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$ -verteilt und (x_1^A, \dots, x_8^A) bzw. (x_1^B, \dots, x_9^B) Realisationen einfacher Stichproben zu Y^A bzw. Y^B sind. Testen Sie unter der Annahme $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass Angestellte durchschnittlich mehr Rente erhalten als Arbeiter.

Aufgabe 40

Um zu überprüfen, ob die mittlere Reichweite eines bestimmten Fahrzeugtyps davon abhängt, ob das Fahrzeug mit (gewöhnlichem) Super-Kraftstoff oder mit E10-Kraftstoff betrieben wird, lässt ein Hersteller 8 Testfahrer ein mit gleichbleibender Menge von zunächst Super-, dann E10-Kraftstoff betanktes Fahrzeug auf einer Teststrecke fahren, bis der Tank jeweils vollständig entleert ist. Dabei wurden die folgenden Reichweiten (in km) gemessen:

Testfahrer i	1	2	3	4	5	6	7	8
Testfahrt mit Super x_i^A	194	202	192	216	203	192	205	207
Testfahrt mit E10 x_i^B	196	189	205	199	187	169	204	193

- (a) Überprüfen Sie unter der Annahme, dass die gemessenen Reichweitenpaare aus einer einfachen Stichprobe zur zweidimensional normalverteilten Grundgesamtheit (Y^A, Y^B) der Reichweiten mit Super (Y^A) bzw. E10 (Y^B) stammen, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff durchschnittlich eine höhere Reichweite liefert. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.
- (b) Nehmen Sie nun an, dass durch eine grobe Unachtsamkeit bei der Datenerhebung die Zuordnung der einzelnen Reichweiten zu den jeweiligen Testfahrern verloren gegangen ist. Um die Situation zu retten, nehme man weiter an, dass mit X_1^A, \dots, X_8^A und X_1^B, \dots, X_8^B nun zwei unabhängige einfache Stichproben zu den beiden (normalverteilten) Zufallsvariablen Y^A und Y^B vorliegen. Testen Sie unter der Annahme der Varianzgleichheit von Y^A und Y^B zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ auf dieser Basis die Hypothese, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff eine höhere Reichweite liefert. Verwenden Sie hierzu die Stichprobenmittelwerte $\bar{x}^A = 201.38$ bzw. $\bar{x}^B = 192.75$ sowie die Stichprobenvarianzen $s_{Y^A}^2 = 70.27$ bzw. $s_{Y^B}^2 = 133.93$. Fassen Sie das Ergebnis des Tests auch in einem Antwortsatz zusammen.

Aufgabe 41

Zwei unterschiedlichen Versuchsgruppen mit jeweils 81 Personen wird jeweils ein Werbespot zu einem neuen Produkt vorgeführt. Anschließend werden alle Versuchspersonen gefragt, ob sie den Kauf dieses neuen Produkts in Erwägung ziehen. In der Gruppe der Versuchspersonen, denen Werbespot A präsentiert wurde, beantworteten 48 Personen diese Frage positiv, in der zu Werbespot B gehörigen Gruppe 35 Personen. Überprüfen Sie unter der Annahme, dass es sich bei dem Stichprobenergebnis um die Realisation zweier unabhängiger einfacher Stichproben handelt, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Werbewirkungen der beiden Werbespots unterschiedlich sind (im Sinne unterschiedlicher Anteile potenzieller Käufer). Formulieren Sie das Ergebnis auch in Form eines Antwortsatzes.