Universität des Saarlandes
Lehrstab Statistik
Dr. Martin Becker

8. Übungsblatt zur Vorlesung
Schließende Statistik WS 2017/18

Aufgabe 28

Das Reiseunternehmen „Schöne alte Welt“ führt regelmäßig Buch über den Auslastungsgrad Y (in %) seiner Reisebusse. Erfahrungsgemäß sollte es sich bei Y um eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert μ und der Varianz σ^2 handeln (wobei man annimmt: $\sigma_0^2 = 49$). Nach einer Werbeaktion, mit der man den Auslastungsgrad der Busse steigern wollte, hatte man den Verdacht, dass dieser wesentlich stärker streute als angenommen. Eine einfache Stichprobe zu Y ergab die Auslastungsgrade (in %)

$$91, 86, 54, 65, 70, 66, 70, 82 \; .$$

Kann man von einer signifikanten Vergrößerung der Streuung des Auslastungsgrades der Busse sprechen ($\alpha = 0.01$)?

Aufgabe 29

Der Ertrag einer neuen Getreidesorte sei normalverteilt mit bekanntem Erwartungswert $\mu = 3.5$ und unbekannter Varianz σ^2. Vor Vermarktungsstart der Getreidesorte wurden 14 Flächen gleicher Größe mit dieser Sorte bestellt und die Erträge (in t/ha) ermittelt. Man erhielt dabei folgende Werte als Realisation einer einfachen Stichprobe zum Ertrag Y:

$$3.06, 3.63, 2.91, 4.63, 3.73, 2.92, 3.84, 4.02, 3.91, 3.28, 4.57, 3.78, 3.06, 1.93$$

Kann auf Grundlage eines Hypothesentests zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ davon ausgegangen werden, dass für die Varianz des Ertrags $\sigma^2 = 0.5$ $[\text{t/ha}]^2$ gilt?
(Hinweis: es gilt $\frac{1}{14}\sum_{i=1}^{14}(x_i - 3.5)^2 = 0.479$*)*

Aufgabe 30

Zeigen Sie:
Für die Testgröße χ^2 im Chi-Quadrat-Anpassungstest gilt mit den üblichen Bezeichnungen

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i^0)^2}{np_i^0} \overset{!}{=} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i^2}{p_i^0} \right) - n \; .$$

Aufgabe 31

Bei der letzten Wahl in einem Bundesland erhielten die Partei A 45 %, die Partei B 40 %, die Partei C 10 % und die Partei D 5 % der Stimmen. Bei einer späteren Befragung von 2500 zufällig ausgewählten Wählern bevorzugten 1050 die Partei A, 1000 die Partei B, 350 die Partei C und 100 die Partei D. Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob sich die Stimmverteilung seit der Wahl geändert hat.

Aufgabe 32

Es werde vermutet, dass die Zeit Y (in Sekunden) zwischen zwei Telefonanrufen in einer Telefonzentrale einer Exp(0.5)-Verteilung genügt. Die Ziehung einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 200$ zu Y lieferte das folgende Stichprobenergebnis:

i	1	2	3	4	5
K_i	$(-\infty, 1]$	$(1, 2]$	$(2, 3]$	$(3, 4]$	$(4, \infty)$
n_i	82	55	31	19	13

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Zeit zwischen zwei Telefonanrufen Exp(0.5)-verteilt ist.

Hinweis: Die Verteilungsfunktion einer Exp(0.5)*-verteilten Zufallsvariable ist bekanntlich gegeben durch*

$$F_{\mathrm{Exp}(0.5)} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; F_{\mathrm{Exp}(0.5)}(x) = \begin{cases} 0 & \textit{für } x < 0 \\ 1 - e^{-0.5 \cdot x} & \textit{für } x \geq 0 \end{cases} .$$