

8. Übungsblatt zur Vorlesung  
Schließende Statistik WS 2016/17

Aufgabe 28

Das Reiseunternehmen „Schöne alte Welt“ führt regelmäßig Buch über den Auslastungsgrad  $Y$  (in %) seiner Reisebusse. Erfahrungsgemäß sollte es sich bei  $Y$  um eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert  $\mu$  und der Varianz  $\sigma^2$  handeln (wobei man annimmt:  $\sigma_0^2 = 49$ ). Nach einer Werbeaktion, mit der man den Auslastungsgrad der Busse steigern wollte, hatte man den Verdacht, dass dieser wesentlich stärker streute als angenommen. Eine einfache Stichprobe zu  $Y$  ergab die Auslastungsgrade (in %)

91, 86, 54, 65, 70, 66, 70, 82 .

Kann man von einer signifikanten Vergrößerung der Streuung des Auslastungsgrades der Busse sprechen ( $\alpha = 0.01$ )?

Aufgabe 29

Der Ertrag einer neuen Getreidesorte sei normalverteilt mit bekanntem Erwartungswert  $\mu = 3.5$  und unbekannter Varianz  $\sigma^2$ . Vor Vermarktungsstart der Getreidesorte wurden 14 Flächen gleicher Größe mit dieser Sorte bestellt und die Erträge (in t/ha) ermittelt. Man erhielt dabei folgende Werte als Realisation einer einfachen Stichprobe zum Ertrag  $Y$ :

3.06, 3.63, 2.91, 4.63, 3.73, 2.92, 3.84, 4.02, 3.91, 3.28, 4.57, 3.78, 3.06, 1.93

Kann auf Grundlage eines Hypothesentests zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$  davon ausgegangen werden, dass für die Varianz des Ertrags  $\sigma^2 = 0.5$  [t/ha]<sup>2</sup> gilt?

(Hinweis: es gilt  $\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} (x_i - 3.5)^2 = 0.479$ )

Aufgabe 30

Zeigen Sie:

Für die Testgröße  $\chi^2$  im Chi-Quadrat-Anpassungstest gilt mit den üblichen Bezeichnungen

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i^0)^2}{np_i^0} \stackrel{!}{=} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{n_i^2}{p_i^0} \right) - n .$$

### Aufgabe 31

Bei der letzten Wahl in einem Bundesland erhielten die Partei A 45 %, die Partei B 40 %, die Partei C 10 % und die Partei D 5 % der Stimmen. Bei einer späteren Befragung von 2500 zufällig ausgewählten Wählern bevorzugten 1050 die Partei A, 1000 die Partei B, 350 die Partei C und 100 die Partei D. Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ , ob sich die Stimmverteilung seit der Wahl geändert hat.

### Aufgabe 32

Es werde vermutet, dass die Zeit  $Y$  (in Sekunden) zwischen zwei Telefonanrufen in einer Telefonzentrale einer  $\text{Exp}(0.5)$ -Verteilung genügt. Die Ziehung einer einfachen Stichprobe vom Umfang  $n = 200$  zu  $Y$  lieferte das folgende Stichprobenergebnis:

$i$	1	2	3	4	5
$K_i$	$(-\infty, 1]$	$(1, 2]$	$(2, 3]$	$(3, 4]$	$(4, \infty)$
$n_i$	82	55	31	19	13

Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.05$ , ob die Zeit zwischen zwei Telefonanrufen  $\text{Exp}(0.5)$ -verteilt ist.

*Hinweis: Die Verteilungsfunktion einer  $\text{Exp}(0.5)$ -verteilten Zufallsvariable ist bekanntlich gegeben durch*

$$F_{\text{Exp}(0.5)} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; F_{\text{Exp}(0.5)}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-0.5 \cdot x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}.$$