

### Zusammenfassung: Gauß-Test für den Mittelwert bei unbekannter Varianz

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, $\sigma^2$ bekannt approximativ: $E(Y) = \mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, $\text{Var}(Y) = \sigma^2$ bekannt $X_1, \dots, X_n$ einfache Stichprobe zu $Y$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$
Teststatistik	$N = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$N$ für $\mu = \mu_0$ (näherungsweise) $N(0,1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -N_{1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (N_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(N_{1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -N_{1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - \Phi( N ))$	$1 - \Phi(N)$	$\Phi(N)$

### Zusammenfassung: $\chi^2$ -Test für die Varianz einer normalverteilten Zufallsvariablen mit unbekanntem Erwartungswert

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ , $\mu \in \mathbb{R}$ unbekannt, $\sigma^2 \in \mathbb{R}_{++}$ unbekannt $X_1, \dots, X_n$ einfache Stichprobe zu $Y$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$
Teststatistik	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$\chi^2$ (für $\sigma^2 = \sigma_0^2$ ) $\chi^2(n-1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)$ mit $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$[0, \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2]$ $\cup (\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2, \infty)$	$(\chi_{1-\alpha}^2, \infty)$	$[0, \chi_{1-\alpha}^2)$
p-Wert	$2 \cdot \min \{ F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2), 1 - F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2) \}$	$1 - F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2)$	$F_{\chi^2(n-1)}(\chi^2)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $(Y^A, Y^B)$ gemeinsam (zweidimensional) normalverteilt, $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B$ sowie Varianzen/Kovarianz unbekannt approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A), \text{Var}(Y^B)$ unbek. $(X_1^A, X_2^A, \dots, X_n^A, X_1^B, \dots, X_n^B)$ einfache Stichprobe zu $(Y^A, Y^B)$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S} \sqrt{n}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$t$ für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n-1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$X_i = X_i^A - X_i^B$ für $i \in \{1, \dots, n\}$ , $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)}$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n-1, \alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n-1, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n-1)}( t ))$	$1 - F_{t(n-1)}(t)$	$F_{t(n-1)}(t)$

### Zusammenfassung: F-Test zum Vergleich der Varianzen zweier normalverteilter Zufallsvariablen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$	$H_0: \sigma_A^2 \leq \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 > \sigma_B^2$	$H_0: \sigma_A^2 \geq \sigma_B^2$ $H_1: \sigma_A^2 < \sigma_B^2$
Teststatistik	$F = \frac{S_A^2}{S_B^2}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$F$ unter $H_0$ für $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ $F(n_A - 1, n_B - 1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$ $S_A^2 = \frac{1}{n_A-1} \sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A - \bar{X}^A)^2 = \frac{1}{n_A-1} \left( \sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A)^2 - n_A \bar{X}^A{}^2 \right)$ $S_B^2 = \frac{1}{n_B-1} \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B - \bar{X}^B)^2 = \frac{1}{n_B-1} \left( \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B)^2 - n_B \bar{X}^B{}^2 \right)$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$[0, F_{n_A-1, n_B-1, \frac{\alpha}{2}})$ $\cup (F_{n_A-1, n_B-1, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(F_{n_A-1, n_B-1, \alpha}, \infty)$	$[0, F_{n_A-1, n_B-1, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot \min \{ F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F), 1 - F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F) \}$	$1 - F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F)$	$F_{F(n_A-1, n_B-1)}(F)$

### Zusammenfassung: Einfache Varianzanalyse

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y_j \sim N(\mu_j, \sigma^2)$ für $j \in \{1, \dots, k\}$ approximativ: $Y_j$ beliebig verteilt mit $E(Y_j) = \mu_j, \text{Var}(Y_j) = \sigma^2$ $k$ unabhängige einfache Stichproben $X_{j,1}, \dots, X_{j,n_j}$ vom Umfang $n_j$ zu $Y_j$ für $j \in \{1, \dots, k\}, n = \sum_{j=1}^k n_j$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_1 = \mu_j$ für alle $j \in \{2, \dots, k\}$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_j$ für (mindestens) ein $j \in \{2, \dots, k\}$		
Teststatistik	$F = \frac{SB/(k-1)}{SW/(n-k)}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$F$ ist (approx.) $F(k-1, n-k)$ -verteilt, falls $\mu_1 = \dots = \mu_k$		
Benötigte Größen	$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$ für $j \in \{1, \dots, k\}, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \cdot \bar{x}_j$ $SB = \sum_{j=1}^k n_j \cdot (\bar{x}_j - \bar{x})^2, SW = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{j,i} - \bar{x}_j)^2$ $(k-1, n-k, k-1, \dots, \alpha)$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(F_{k-1, n-k, 1-\alpha}, \infty)$		
p-Wert	$1 - F_{F(k-1, n-k)}(F)$		

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

### Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ bekannt $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$N = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$N$ für $\mu_A = \mu_B$ $N(0,1)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -N_{1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (N_{1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(N_{1-\alpha}, \infty)$	$(-\infty, -N_{1-\alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - \Phi( N ))$	$1 - \Phi(N)$	$\Phi(N)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

### Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A) = \sigma_A^2, \text{Var}(Y^B) = \sigma_B^2$ unbekannt $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S} \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B}{n_A + n_B}}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$t$ für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n_A + n_B - 2)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$ $S = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A - \bar{X}^A)^2 + \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B - \bar{X}^B)^2}{n_A + n_B - 2}}$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n_A+n_B-2, \alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n_A+n_B-2)}( t ))$	$1 - F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$	$F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

### Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A) = \sigma_A^2, \text{Var}(Y^B) = \sigma_B^2$ unbekannt $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S} \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B}{n_A + n_B}}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$t$ für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n_A + n_B - 2)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$ $S = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A - \bar{X}^A)^2 + \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B - \bar{X}^B)^2}{n_A + n_B - 2}}$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n_A+n_B-2, \alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n_A+n_B-2)}( t ))$	$1 - F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$	$F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

### Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A) = \sigma_A^2, \text{Var}(Y^B) = \sigma_B^2$ unbekannt $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S} \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B}{n_A + n_B}}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$t$ für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n_A + n_B - 2)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$ $S = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A - \bar{X}^A)^2 + \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B - \bar{X}^B)^2}{n_A + n_B - 2}}$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n_A+n_B-2, \alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n_A+n_B-2)}( t ))$	$1 - F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$	$F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest

### Zusammenfassung: 2-Stichproben-Gauß-Test bei bekannten Varianzen

Anwendungs-voraussetzungen	exakt: $Y^A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2), Y^B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2), \mu_A, \mu_B, \sigma_A^2, \sigma_B^2$ unbek. approx.: $E(Y^A) = \mu_A, E(Y^B) = \mu_B, \text{Var}(Y^A) = \sigma_A^2, \text{Var}(Y^B) = \sigma_B^2$ unbekannt $X_1^A, \dots, X_n^A$ einfache Stichprobe zu $Y^A$ , unabhängig von einfacher Stichprobe $X_1^B, \dots, X_n^B$ zu $Y^B$		
Nullhypothese Gegenhypothese	$H_0: \mu_A = \mu_B$ $H_1: \mu_A \neq \mu_B$	$H_0: \mu_A \leq \mu_B$ $H_1: \mu_A > \mu_B$	$H_0: \mu_A \geq \mu_B$ $H_1: \mu_A < \mu_B$
Teststatistik	$t = \frac{\bar{X}^A - \bar{X}^B}{S} \sqrt{\frac{n_A \cdot n_B}{n_A + n_B}}$		
Verteilung ( $H_0$ )	$t$ für $\mu_A = \mu_B$ (näherungsweise) $t(n_A + n_B - 2)$ -verteilt		
Benötigte Größen	$\bar{X}^A = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} X_i^A, \bar{X}^B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^{n_B} X_i^B$ $S = \sqrt{\frac{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_A} (X_i^A - \bar{X}^A)^2 + \sum_{i=1}^{n_B} (X_i^B - \bar{X}^B)^2}{n_A + n_B - 2}}$		
Kritischer Bereich zum Niveau $\alpha$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}})$ $\cup (t_{n_A+n_B-2, 1-\frac{\alpha}{2}}, \infty)$	$(t_{n_A+n_B-2, \alpha}, \infty)$	$(-\infty, -t_{n_A+n_B-2, \alpha})$
p-Wert	$2 \cdot (1 - F_{t(n_A+n_B-2)}( t ))$	$1 - F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$	$F_{t(n_A+n_B-2)}(t)$

### Zusammenfassung: t-Differenzentest