

9. Übungsblatt zur Vorlesung
 Schließende Statistik WS 2015/16

Aufgabe 33

In einer bekannten Quiz-Show werden einem Kandidaten nacheinander mehrere Fragen sowie zu jeder Frage jeweils vier Antwortmöglichkeiten mit den Bezeichnungen „A“, „B“, „C“ und „D“ präsentiert, von denen genau eine richtig ist. Der Kandidat kann zu seiner Unterstützung bei einer Frage seiner Wahl den sogenannten „Publikums-Joker“ einsetzen. Hierbei haben die Zuschauer im Fernsehstudio ebenfalls die Gelegenheit, sich für eine der vier Antworten zu entscheiden, sie können sich aber auch enthalten. Dem Kandidaten werden anschließend die relativen Häufigkeiten der abgegebenen Zuschauerantworten präsentiert.

In einer bestimmten Ausgabe der Show erhält der Kandidat das folgende Ergebnis:

Antwort	A	B	C	D
Anteil in Prozent	34	16	20	30

Der Kandidat ist sich unsicher, ob er bei diesem Ergebnis davon ausgehen soll, dass sich die teilnehmenden Zuschauer unabhängig voneinander rein zufällig für eine der vier Antworten entschieden haben, oder eher davon, dass ein gewisses „Wissen“ im Publikum vorhanden ist.

- Der Show-Master teilt dem Kandidaten mit, dass sich genau 150 Zuschauer an der Abstimmung beteiligt haben. Überprüfen Sie unter der Annahme, dass sich die abgegebenen Zuschauerstimmen als einfache Stichprobe auffassen lassen, mit einem geeigneten statistischen Test, ob sich die beteiligten Zuschauer rein zufällig für eine der vier Antworten entschieden haben oder nicht (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$).
- Würde sich das Ergebnis des Tests aus Teil (a) ändern, wenn nur 50 Zuschauer an der Abstimmung teilgenommen hätten? Begründen Sie Ihre Antwort! (*Beachten Sie, dass Sie den Test nicht komplett neu durchführen müssen und insbesondere die realisierte Teststatistik relativ leicht aus dem Ergebnis des vorherigen Aufgabenteils gewinnen können!*)
- Welche Anzahl an der Abstimmung beteiligter Zuschauer müsste der Show-Master mindestens nennen, um nach dem in den Teilen (a) und (b) verwendeten Test davon auszugehen, dass sich die beteiligten Zuschauer *nicht* rein zufällig für eine der vier Antwortmöglichkeiten entschieden haben?

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p -Quantilen von $\chi^2(n)$ -Verteilungen:

$n \setminus p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086

Aufgabe 34

Für die Anzahl der pro Zeiteinheit an einer Tankstelle tankenden PKW erhielt man bei einem Stichprobenumfang von $n = 100$ folgende Häufigkeitsverteilung aus einer einfachen Stichprobe:

i	1	2	3	4	5
a_i	0	1	2	3	≥ 4
n_i	7	19	30	27	17

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Anzahl der pro Zeiteinheit an einer Tankstelle tankenden PKW $\text{Pois}(2)$ -verteilt ist.

Hinweis: Bekanntlich ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion p_X einer $\text{Pois}(\lambda)$ -verteilten Zufallsvariablen X gegeben durch:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{für } x \in \mathbb{N}_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 35

Mit einem Hypothesentest soll überprüft werden, ob die in Form folgender Häufigkeitsverteilung vorliegende Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 100$ die Annahme einer Normalverteilung für die zugrundeliegende Zufallsvariable Y stützt oder widerlegt:

i	1	2	3	4	5	6
K_i	$(-\infty, 8]$	$(8, 9]$	$(9, 10]$	$(10, 11]$	$(11, 12]$	$(12, \infty)$
n_i	20	18	16	15	10	21

Aus der vorliegenden Stichprobenrealisation wurden bereits (gerundet) die beiden Parameter $\hat{\mu} = 9.9$ und $\hat{\sigma}^2 = 2.4^2$ per ML-Methode aus den klassierten Daten geschätzt. Führen Sie auf dieser Grundlage einen geeigneten Signifikanztest zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch!

Aufgabe 36

Zur Untersuchung der Frage, ob die Trinkgewohnheiten von Männern einer bestimmten Altersgruppe in Zusammenhang mit dem jeweiligen Familienstand stehen, wurden 1000 zufällig ausgewählte Männer dieser Altersgruppe nach ihrem Alkoholkonsum befragt. Man erhielt folgendes Ergebnis:

Familienstand \ Trinkgewohnheit	selten oder nie	zweimal wöchentlich	täglich
ledig	40	125	45
verheiratet	240	190	60
geschieden oder verwitwet	70	135	95

Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass Trinkgewohnheiten und Familienstand unabhängig sind.