

**Einige Ergebnisse zum 9. Übungsblatt zum Wiederholungskurs
 Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung WS 2017/18**

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor der Übung überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat. Sie ersetzen keinesfalls die ausführlichen Lösungen, die im Wiederholungskurs erarbeitet werden!

Aufgabe 38

- (a) Siehe Teil (b).
 (b) Um Randverteilungen ergänzte (gemeinsame) Wahrscheinlichkeitstabelle:

$X \setminus Y$	0	1	2	$p_{i\cdot}$
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$
$p_{\cdot j}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

- (c) $P(\{X \leq 1, Y \leq 1\}) = \frac{11}{18}$
 (d) X und Y sind nicht stochastisch unabhängig.

Aufgabe 39

- (a) Vollständige Tabelle:

$X \setminus Y$	2	3	4	$p_{i\cdot}$
1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$
$p_{\cdot j}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{4}$	1

- (b) Nein.

(c) Ergebnisse: Berechnung der Wahrscheinlichkeiten:

$$(i) P\{1 \leq X \leq 2, 2 \leq Y \leq 3\} = \frac{7}{16},$$

$$(ii) P\{X \leq 2\} = \frac{5}{8},$$

$$(iii) P\{X > 2, Y < 3\} = \frac{1}{4}.$$

(d) $p_{X|Y=3}(x)$:

x_i	1	2	3	Σ
$p_{X Y=3}(x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

$p_{Y|X=1}(y)$:

y_j	2	3	4	Σ
$p_{Y X=1}(y_j)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

Aufgabe 40

(a) Tabelle ergänzt um Randverteilungen:

$X \setminus Y$	1	2	3	$p_{i\cdot}$
0	0.1	0.2	0.2	0.5
1	0.2	0.1	0.2	0.5
$p_{\cdot j}$	0.3	0.3	0.4	1

(b) Es gilt:

- $E(X) = 0.5$
- $E(Y) = 2.1$
- $\text{Var}(X) = 0.25$
- $\text{Var}(Y) = 0.69$
- $\text{Cov}(X, Y) = -0.05$
- $\text{Korr}(X, Y) = -0.12039$

(c) $\text{Korr}(X, Y) \neq 0 \Rightarrow X, Y$ nicht stochastisch unabhängig.

(d) $E(2 \cdot X + 3 \cdot Y) = 7.3$

$$\text{Var}(2 \cdot X + 3 \cdot Y) = 6.61$$

Aufgabe 41

(a) Randdichte f_X :

$$f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Randdichte f_Y :

$$f_Y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{4} - \frac{1}{4}y & \text{für } 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(b) *Lösung des Aufgabenteils nur in den Übungsgruppen.*

(c) Bedingte Dichtefunktion $f_{X|Y=y}$:

$$f_{X|Y=y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_{X|Y=y}(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2x - y + 2}{3 - y} & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{array} \right\}, 0 \leq y \leq 2$$

(d) $E(X) = \frac{7}{12} = 0.58333$, $\text{Var}(X) = \frac{11}{144} = 0.07639$,

$E(Y) = \frac{5}{6} = 0.83333$, $\text{Var}(Y) = \frac{11}{36} = 0.30556$.

(e) $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{72} = 0.01389$, $\text{Korr}(X, Y) = \frac{1}{11} = 0.09091$.

Aufgabe 42

(a) $-3 \leq \text{Cov}(X, Y) \leq 3$

(b) Mit $\text{Korr}(X, Y) = -0.5$ gilt:

(i) $\text{Cov}(2X, -3Y) = 9$

(ii) $E(2X - 3Y + 4) = 9$

(iii) $\text{Var}(2X - 3Y + 4) = 57$

(c) $E(3X^2 - 3Y^2) = 225$