

12. Übungsblatt zur Vorlesung  
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2019

Aufgabe 55

Der zweidimensionale Zufallsvektor  $(X, Y)$  habe die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$Y$			
$X$	3	4	5
1	1/6	0	1/6
2	1/12	1/3	0
3	0	1/6	1/12

- Berechnen Sie die Erwartungswerte  $E(X)$  und  $E(Y)$  sowie die Varianzen  $\text{Var}(X)$  und  $\text{Var}(Y)$ .
- Berechnen Sie die Kovarianz  $\text{Cov}(X, Y)$  und den Korrelationskoeffizienten  $\text{Korr}(X, Y)$ .
- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $4X - 2Y + 3$ .

Aufgabe 56

Berechnen Sie zu dem zweidimensionalen Zufallsvektor  $(X, Y)$  mit der gemeinsamen Dichtefunktion

$$f_{(X,Y)} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} y - x + 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

aus Aufgabe 54 die Kovarianz sowie den Korrelationskoeffizienten von  $X$  und  $Y$ . Verwenden Sie hierzu die Ergebnisse aus Aufgabe 54 (c).

Aufgabe 57

Eine Bank hat 3 Filialen in einer Stadt. Die Anzahl der Kunden, die die Filialen pro Stunde betreten sei poissonverteilt mit den Parametern  $\lambda_1 = 2$  für die erste Filiale,  $\lambda_2 = 1$  für die zweite Filiale und  $\lambda_3 = 1$  für die dritte Filiale. Die Ankünfte der Kunden seien unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb einer Stunde insgesamt

- genau 2 Kunden,
- höchstens 1 Kunde,
- mehr als 2 Kunden

die drei Filialen betreten?

### Aufgabe 58

In einer Zigarettenfabrik verpackt ein Automat jeweils 18 Zigaretten in eine Schachtel. Das Gewicht  $X_i$  einer Zigarette ist normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu_{X_i} = 1$  [g] und der Standardabweichung  $\sigma_{X_i} = 0.01$  [g],  $i = 1, \dots, 18$ . Das Gewicht  $Y$  der Schachtel ist ebenfalls normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu_Y = 10$  [g] und der Varianz  $\sigma_Y^2 = 0.0082$  [g<sup>2</sup>]. Ferner seien die Gewichte  $X_i$  der einzelnen Zigaretten untereinander und vom Gewicht  $Y$  der Schachtel unabhängig.

- (a) Wie groß ist das durchschnittliche Gesamtgewicht und die Standardabweichung einer gefüllten Zigaretenschachtel?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Gesamtgewicht einer gefüllten Zigaretenschachtel zwischen 27.8 [g] und 28.2 [g] liegt?
- (c) Geben Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Bereich an, in dem das Gesamtgewicht einer gefüllten Zigaretenschachtel mit 95% Wahrscheinlichkeit liegt.

### Aufgabe 59

In einem Hotel mit 400 Zimmern können Zimmerreservierungen bis zum Anreisetag kostenlos storniert werden. Man weiß aus Erfahrung, dass im Mittel 15% der reservierten Zimmer tatsächlich kurzfristig storniert werden. Um die Zahl der freien Zimmer möglichst gering zu halten, nimmt das Hotel daher mehr Zimmerreservierungen an als Zimmer im Hotel vorhanden sind.

- (a) Wie ist die Anzahl  $Y$  der tatsächlich wegen Reservierungen benötigten (also nicht stornierten) Zimmer verteilt, wenn insgesamt 450 Zimmerreservierungen angenommen wurden und davon ausgegangen werden kann, dass das Stornierungsverhalten der Hotelgäste voneinander unabhängig ist?
- (b) Berechnen Sie unter Verwendung des zentralen Grenzwertsatzes die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 450 angenommenen Reservierungen genügend Zimmer zur Verfügung stehen, um alle Hotelgäste, die reserviert und nicht storniert haben, auch im Hotel unterzubringen.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.95-Quantil der Anzahl in Anspruch genommener Zimmerreservierungen  $Y$  zu bestimmen.