

11. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2019

Aufgabe 51

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Es seien X die Anzahl, mit der die Augenzahl „6“ und Y die Anzahl, mit der die Augenzahl „1“ erzielt wird.

- Geben Sie die gemeinsame Verteilung des Zufallsvektors (X, Y) an.
- Geben Sie die Randverteilungen von X und Y an.
- Bestimmen Sie $P(\{X \leq 1, Y \leq 1\})$.
- Prüfen Sie nach, ob X und Y stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 52

In der folgenden Tabelle ist die (gemeinsame) Wahrscheinlichkeitsverteilung des zweidimensionalen diskreten Zufallsvektors (X, Y) gegeben:

Y X	1	2	3
1	0.02	0.13	0.15
2	0.16	0.20	0.14
3	0.12	0.04	0.04

- Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung um die beiden Randverteilungen.
- Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
 - $P\{1 \leq X \leq 2, 2 \leq Y \leq 3\}$,
 - $P\{X \leq 2\}$,
 - $P\{X > 2, Y < 3\}$.
- Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X unter der Bedingung $Y = y_j$ für alle $y_j \in T(Y)$ über die zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeitsfunktionen an.
- Sind X und Y stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort mit den Resultaten aus Teil (c)!

Aufgabe 53

Für die **unabhängigen** Zufallsvariablen X und Y ist die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle unvollständig wie folgt gegeben:

Y	1	2	$p_{i\cdot}$
X			
-1	1/8	·	·
0	·	·	3/8
1	·	·	·
$p_{\cdot j}$	1/3	·	1

Vervollständigen Sie die Tabelle.

Aufgabe 54

Der zweidimensionale Zufallsvektor (X, Y) besitze die folgende gemeinsame Dichtefunktion:

$$f_{(X,Y)} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} y - x + 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass (X, Y) einen Wert in $(0, 0.5] \times (0.5, 1]$ annimmt.
- Bestimmen Sie eine Randdichte f_X von X sowie eine Randdichte f_Y von Y .
- Berechnen Sie die Erwartungswerte und Varianzen von X und Y .
- Vergleichen Sie das Produkt der beiden Randdichten mit der angegebenen gemeinsamen Dichtefunktion. Sind X und Y stochastisch unabhängig?
- Geben Sie für $0 \leq y \leq 1$ bedingte Dichtefunktionen $f_{X|Y=y}$ von X gegeben $Y = y$ an.