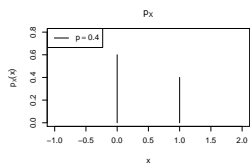


Bernoulli-/Alternativverteilung
 $B(1, p)$

Parameter:
 $p \in (0, 1)$

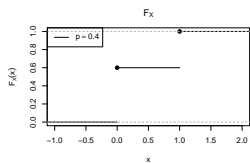
Träger: $T(X) = \{0, 1\}$
 Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p & \text{für } x = 0 \\ p & \text{für } x = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1-p & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$



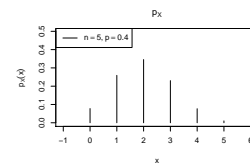
Momente: $E(X) = p$ $\text{Var}(X) = p \cdot (1-p)$
 $\gamma(X) = \frac{1-2p}{\sqrt{p(1-p)}}$ $\kappa(X) = \frac{1-3p(1-p)}{p(1-p)}$

Binomialverteilung
 $B(n, p)$

Parameter:
 $n \in \mathbb{N}, p \in (0, 1)$

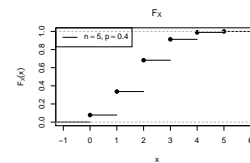
Träger: $T(X) = \{0, 1, \dots, n\}$
 Wahrscheinlichkeitsfunktion: $p_X(x)$

$$= \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \sum_{\substack{x_i \in T(X) \\ x_i \leq x}} p_X(x_i)$$



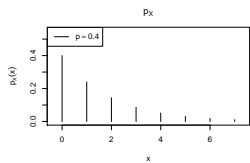
Momente: $E(X) = n \cdot p$ $\text{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$
 $\gamma(X) = \frac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$ $\kappa(X) = \frac{1+(3n-6)p(1-p)}{np(1-p)}$

Geometrische Verteilung
 Geom(p)

Parameter:
 $p \in (0, 1)$

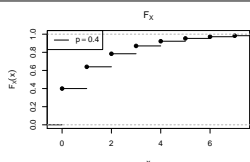
Träger: $T(X) = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, \dots\}$
 Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} (1-p)^x \cdot p & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - (1-p)^{\lfloor x \rfloor + 1} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$



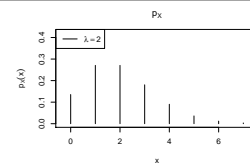
Momente: $E(X) = \frac{1-p}{p}$ $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$
 $\gamma(X) = \frac{2-p}{\sqrt{1-p}}$ $\kappa(X) = \frac{p^2-9p+9}{1-p}$

Poisson-Verteilung
 Pois(λ)

Parameter:
 $\lambda > 0$

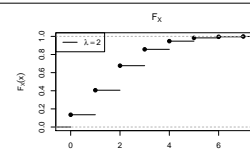
Träger: $T(X) = \mathbb{N}_0 = \{0, 1, \dots\}$
 Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{für } x \in T(X) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X(x) = \sum_{\substack{x_i \in T(X) \\ x_i \leq x}} p_X(x_i)$$



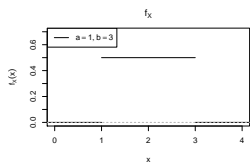
Momente: $E(X) = \lambda$ $\text{Var}(X) = \lambda$
 $\gamma(X) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ $\kappa(X) = 3 + \frac{1}{\lambda}$

Stetige Gleichverteilung
 Unif(a, b)

Parameter:
 $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$

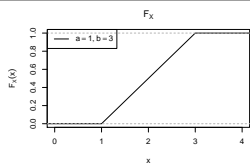
Träger: $T(X) = [a, b]$
 Dichtefunktion: $f_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion: $F_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{für } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{für } x > b \end{cases}$$



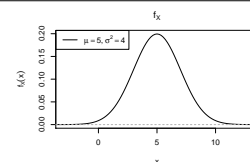
Momente: $E(X) = \frac{a+b}{2}$ $\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
 $\gamma(X) = 0$ $\kappa(X) = \frac{9}{5}$

Normalverteilung
 $N(\mu, \sigma^2)$

Parameter:
 $\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0$

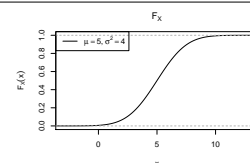
Träger: $T(X) = \mathbb{R}$
 Dichtefunktion: $f_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$



Verteilungsfunktion:

$$F_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$



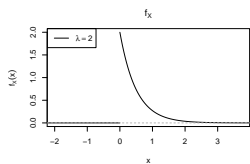
Momente: $E(X) = \mu$ $\text{Var}(X) = \sigma^2$
 $\gamma(X) = 0$ $\kappa(X) = 3$

Exponentialverteilung
 Exp(λ)

Parameter:
 $\lambda > 0$

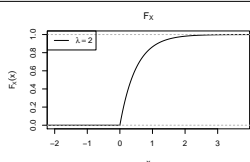
Träger: $T(X) = \mathbb{R}_+$
 Dichtefunktion: $f_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Verteilungsfunktion: $F_X: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$



Momente: $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
 $\gamma(X) = 2$ $\kappa(X) = 9$

Satz 11.2 (Summen spezieller Zufallsvariablen)

Seien $n \in \mathbb{N}, X_1, \dots, X_n$ stochastisch unabhängige Zufallsvariablen und

$$Y := X_1 + \dots + X_n = \sum_{i=1}^n X_i.$$

Gilt für $i \in \{1, \dots, n\}$ weiterhin

- 1. $X_i \sim B(1, p)$ für ein $p \in (0, 1)$, also insgesamt $X_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} B(1, p)$, so gilt $Y \sim B(n, p)$ (vgl. Folie 232),
- 2. $X_i \sim B(n_i, p)$ für $n_i \in \mathbb{N}$ und ein $p \in (0, 1)$, so gilt $Y \sim B(N, p)$ mit $N := n_1 + \dots + n_n = \sum_{i=1}^n n_i$,
- 3. $X_i \sim \text{Pois}(\lambda_i)$ für $\lambda_i \in \mathbb{R}_+$, so gilt $Y \sim \text{Pois}(\lambda)$ mit $\lambda := \lambda_1 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i$,
- 4. $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ für $\mu_i \in \mathbb{R}$ und $\sigma_i^2 > 0$, so gilt $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu = \mu_1 + \dots + \mu_n = \sum_{i=1}^n \mu_i$ und $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \dots + \sigma_n^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$,
- 5. $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ für ein $\mu \in \mathbb{R}$ und ein $\sigma^2 > 0$, also insgesamt $X_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$, so gilt für $\bar{X} := \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$; insbesondere $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.