

11. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2017

Aufgabe 50

Die Reparaturzeit für einen Kühlschrank (Angaben in Stunden [h]) lasse sich als eine exponentialverteilte Zufallsvariable X mit der Varianz 0.0625 [h]^2 auffassen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit dauert eine Kühlschrankreparatur

- (a) länger als eine Stunde?
- (b) weniger als eine halbe Stunde?
- (c) Wie lange dauert im Durchschnitt eine Kühlschrankreparatur?

Aufgabe 51

Die Analyse der Tagesumsätze mittlerer und kleiner Geschäfte für Obst und Gemüse ergab, dass der Tagesumsatz X (Angaben in €) dieser Geschäfte als eine normalverteilte Zufallsvariable aufgefasst werden kann, wobei $X \sim N(750, 300^2)$ gilt.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Tagesumsatz 900 € übersteigt?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Tagesumsatz zwischen 300 € und 600 € liegt?
- (c) Ermitteln Sie das obere Umsatzquartil.
- (d) Ermitteln Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Bereich, in dem der Tagesumsatz mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegt.

Aufgabe 52

Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen. Es seien X die Anzahl, mit der die Augenzahl „6“ und Y die Anzahl, mit der die Augenzahl „1“ erzielt wird.

- (a) Geben Sie die gemeinsame Verteilung des Zufallsvektors (X, Y) an.
- (b) Geben Sie die Randverteilungen von X und Y an.
- (c) Bestimmen Sie $P(\{X \leq 1, Y \leq 1\})$.
- (d) Prüfen Sie nach, ob X und Y stochastisch unabhängig sind.

Aufgabe 53

Für die **unabhängigen** Zufallsvariablen X und Y ist die gemeinsame Wahrscheinlichkeitstabelle unvollständig wie folgt gegeben:

Y	1	2	$p_{i\cdot}$
X			
-1	1/8	·	·
0	·	·	3/8
1	·	·	·
$p_{\cdot j}$	1/3	·	1

Vervollständigen Sie die Tabelle.

Aufgabe 54

In der folgenden Tabelle ist die (gemeinsame) Wahrscheinlichkeitsverteilung des zweidimensionalen diskreten Zufallsvektors (X, Y) gegeben:

Y	1	2	3
X			
1	0.02	0.13	0.15
2	0.16	0.20	0.14
3	0.12	0.04	0.04

- (a) Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung um die beiden Randverteilungen.
- (b) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
- (i) $P\{1 \leq X \leq 2, 2 \leq Y \leq 3\}$,
 - (ii) $P\{X \leq 2\}$,
 - (iii) $P\{X > 2, Y < 3\}$.

Aufgabe 55

Gegeben sei die folgende (gemeinsame) Dichtefunktion eines zweidimensionalen Zufallsvektors (X, Y) :

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} 4xy & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass (X, Y) einen Wert in $(0, 0.5] \times (0.5, 1]$ annimmt.
- (b) Berechnen Sie Dichtefunktionen f_X bzw. f_Y zu den beiden Randverteilungen von X bzw. Y .
- (c) Sind X und Y stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.